



Fundusze Europejskie  
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita  
Polska

Dofinansowane przez  
Unię Europejską



Politechnika Świętokrzyska  
Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki

Kierunek studiów:  
**Elektrotechnika**

**Zbigniew Gawęcki**

Materiały dydaktyczne do przedmiotu

## **Maszyny elektryczne 1 i 2**

opracowane w ramach realizacji Projektu  
**„Dostosowanie kształcenia  
w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb  
współczesnej gospodarki”**  
FERS.01.05-IP.08-0234/23

Kielce, 2025



Politechnika Świętokrzyska  
Kielce University of Technology

Projekt „Dostosowanie kształcenia w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb współczesnej gospodarki”  
nr FERS.01.05-IP.08-0234/23



## Spis treści

|                                                |    |
|------------------------------------------------|----|
| 1. Klasyfikacja transformatorów .....          | 3  |
| 2. Konstrukcja rdzeni transformatorowych ..... | 5  |
| 3. Chłodzenie transformatorów .....            | 8  |
| 4. Konstrukcja uzwojeń transformatorów .....   | 11 |
| 5. Schemat zastępczy transformatora .....      | 11 |
| 6. Stan jałowy transformatora .....            | 15 |
| 7. Stan zwarcia transformatora .....           | 19 |
| 8. Stan obciążenia transformatora .....        | 24 |
| 9. Literatura .....                            | 29 |



Materiały dydaktyczne objęte licencją Creative Commons BY 4.0.

Licencja dostępna pod adresem: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



## 1. Klasyfikacja transformatorów

Ze względu na obszar zastosowania można wyróżnić trzy podstawowe grupy transformatorów:

- transformatory energetyczne - stosowane do przesyłania i rozdziału energii elektrycznej,
- transformatory małej mocy - stosowane w automatyce, łączności, telemechanice i urządzeniach elektronicznych,
- transformatory specjalne - do których można zaliczyć przekładniki pomiarowe, transformatory prostownikowe, probiercze, spawalnicze itp.

Transformatory energetyczne ze względu na ich zastosowanie, charakterystykę i parametry pracy, można podzielić na trzy grupy:

- transformatory blokowe – stosowane w elektrowniach w celu podwyższenia napięcia wytworzonego w generatorze (nawet do 25 kV) do poziomu napięcia sieci przesyłowej (220 kV, 400 kV). Moc transformatora blokowego zazwyczaj przekracza 1000 MVA;
- transformatory sieciowe – stosowane jako sprzęgające sieci przesyłowe lub jako transformatory obniżające napięcie sieci przesyłowej do wartości napięcia sieci rozdzielczej. Ich moce przekraczają zazwyczaj 500 MVA;
- transformatory rozdzielcze – stosowane do obniżania napięcia sieci rozdzielczej do wartości napięcia 400/230 V. Moce transformatorów rozdzielczych wynoszą od 40 do 630 kVA, natomiast transformatory zasilające zakłady przemysłowe – od 250 do 1600 kVA.

Pod względem mocy znamionowych transformatory energetyczne dzieli się na trzy grupy:

I grupa - transformatory o mocy większej niż 100 MVA lub transformatory o górnym napięciu nie mniejszym niż 220 kV;

II grupa - transformatory o mocy większej od 1600 kVA nie zaliczane do grupy I;

III grupa - transformatory o mocy nie większej niż 1600 kVA.

Ze względu na liczbę faz rozróżniamy transformatory:

- jednofazowe;
- wielofazowe, najczęściej stosowane są trójfazowe.

Ze względu na liczbę uzwojeń rozróżnia się transformatory:

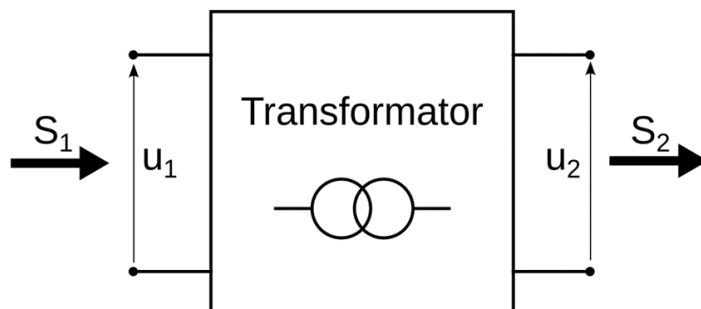
- jednouzwojeniowe - autotransformatory;
- dwuuzwojeniowe, najczęściej spotykane,
- trójuzwojeniowe lub czterouzwojeniowe.

Podział uzwojeń transformatorów ze względu na dostarczanie i odbiór mocy:

W transformatorach dwuuzwojeniowych można wyróżnić:

- uzwojenie pierwotne uzwojenie do którego doprowadza się moc (ozn. indeks 1),

- uzwojenie wtórne – uzwojenie z którego odprowadza się moc (ozn. indeks 2).



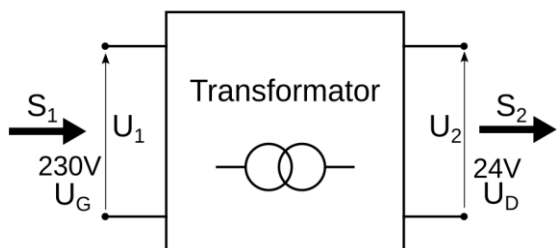
Rys. 1. Identyfikacja strony pierwotnej i wtórnej transformatora dwuuzwojeniowego.

[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia sposób identyfikacji strony pierwotnej - zasilanej i wtórnej, do której podłączone jest obciążenie transformatora jednofazowego. Na rysunku przedstawiono symbol transformatora jednofazowego, oznaczono napięcie i moc pozorną strony pierwotnej i wtórnej]

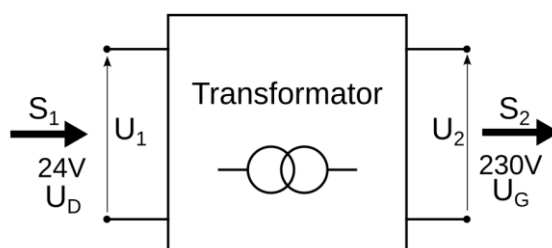
Podział uzwojeń transformatorów ze względu na poziom napięcia:

- uzwojenie wyższego napięcia to uzwojenie górnego napięcia ozn.  $U_G$ ,
- uzwojenie niższego napięcia to uzwojenie dolnego napięcia ozn.  $U_D$ .

a)



b)



Rys. 2. Przykład identyfikacji uzwojenia górnego i dolnego napięcia transformatora dwuuzwojeniowego: a) transformator obniżający napięcie, b) transformator podwyższający napięcie.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono dwa przykłady ilustrujące sposób rozróżniania pojęcia uzwojeń górnego i dolnego napięcia w transformatorze jednofazowym w zależności od poziomu napięcia strony pierwotnej i wtórnej. Przykład a) ilustruje identyfikację uzwojenia górnego i dolnego dla transformatora zasilanego napięciem 230V, po stronie wtórnej napięcie 24V, natomiast przykład b) zasilanie transformatora napięciem 24V, a po stronie wtórnej napięcie 230V.]

Jeżeli napięcie wtórne jest wyższe od napięcia pierwotnego to taki transformator nazywa się transformatorem podwyższającym napięcie, jeżeli natomiast napięcie wtórne jest niższe od napięcia pierwotnego to taki transformator nazywa się transformatorem obniżającym napięcie.

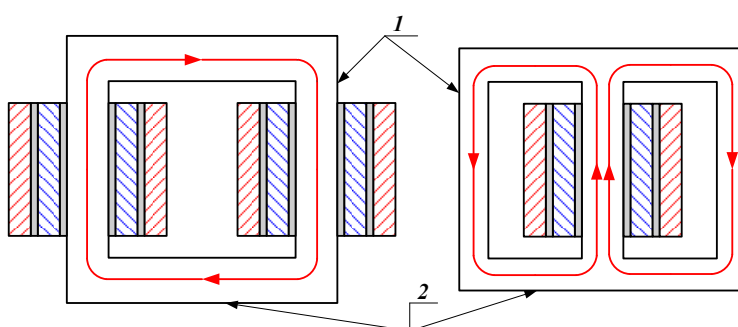
## 2. Konstrukcja rdzeni transformatorowych

Transformatory mogą być budowane jako:

- rdzeniowe,
- płaszczone.

a)

b)

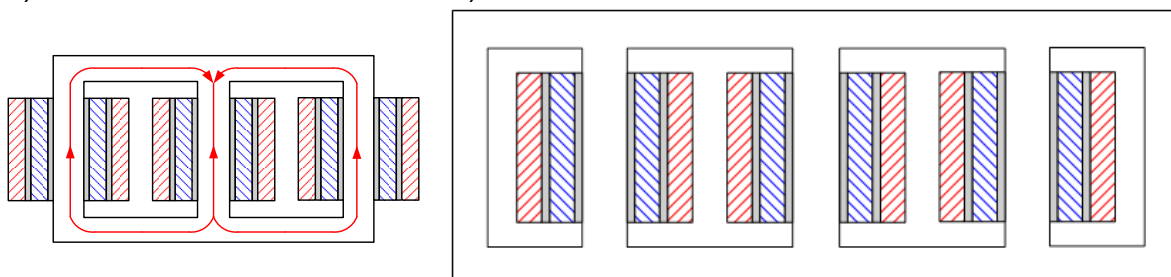


Rys. 3. Konstrukcje rdzeni transformatorów jednofazowych: a) rdzeniowego, b) płaszczonego; 1-kolumny, 2-jarzma.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono przykłady konstrukcji rdzeni transformatora jednofazowego: rdzeniową a) i płaszczołą b). Dodatkowo za pomocą odnośników wskazano elementy rdzenia: kolumny i jarzma, oraz rozptyw głównego strumienia magnetycznego w w/w konstrukcjach.]

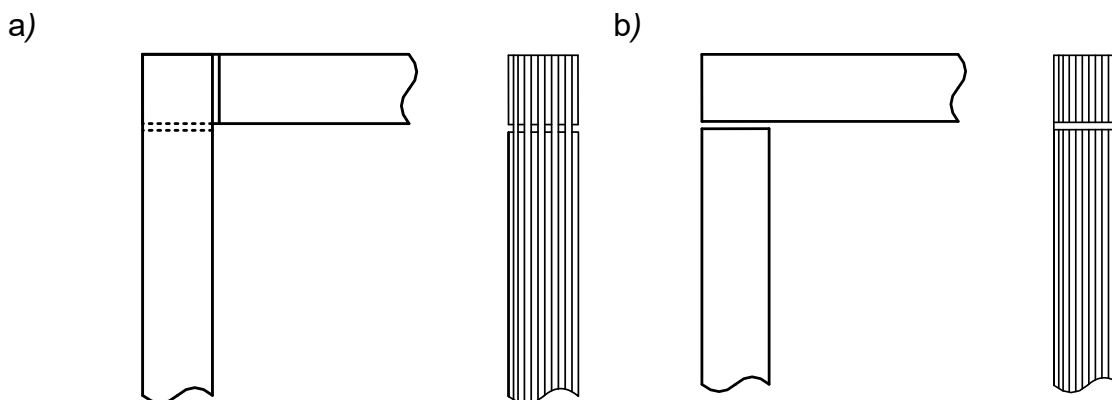
a)

b)



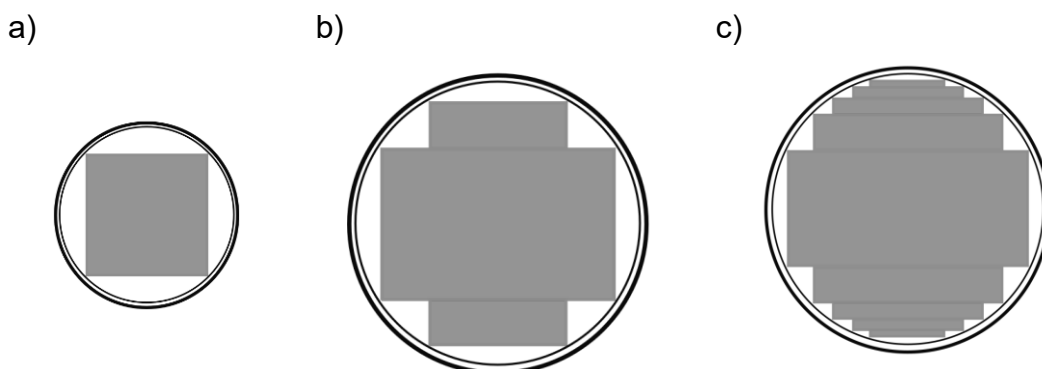
Rys. 4. Konstrukcje rdzeni transformatorów trójfazowych: a) rdzeniowego b) płaszczonego.

[Tekst alternatywny. Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono przykłady konstrukcji rdzeni transformatorów trójfazowych: rdzeniową zawierającą trzy kolumny a) i płaszczową b) zawierającą trzy kolumny i dodatkowe jarzma zewnętrzne.]



Rys. 5. Składanie jarzm i kolumn transformator: a) „na zakładkę”, b) „na styk”

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono sposób połączenia jarzma i kolumn tworzących rdzeń transformatora na tzw. zakładkę a) – gdzie blachy jarzma i kolumn zachodzą na siebie i na styk b) gdzie blachy rdzenia i jarzma stanowią odrębne części].



Rys. 6. Przekroje rdzeni transformatorów: a) kwadratowy, b) krzyżowy, c) schodkowy

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono przekroje trzech konstrukcji rdzeni dla różnych mocy od najmniejszych a) poprzez średnie b) aż do największych mocy c) transformatorów umieszczonych w kole – najbardziej optymalnym kształcie, która ze względów technologicznych i finansowych nie jest stosowana w produkcji rdzeni transformatorów.]

## Blachy elektrotechniczne

Blachy elektrotechniczne z których wykonywane są rdzenie transformatorów zawierają przede wszystkim żelazo (powyżej 93%) i krzem, oraz inne dodatki (np. fosfor, glin). Zawartość krzemu zwiększa rezystywność blach, co powoduje zmniejszenie strat mocy czynnej w rdzeniach wywołanych prądami wirowe. Niestety zwiększanie zawartości krzemu w blachach elektrotechnicznych powoduje zmniejszanie maksymalnej indukcji magnetycznej ( $B_{max}$ ) rdzenia, czyli zmniejszenie maksymalnego strumienia magnetycznego jaki może przenieść rdzeń do momentu nasycenia. Ponadto zwiększenie zawartości krzemu w blachach elektrotechnicznych zwiększa twardość i kruchość blach co przyczynia się do problemów mechanicznych w trakcie montażu rdzeni. Według badań każdy 1% zawartości krzemu w blachach elektrotechnicznych powoduje spadek maksymalnej indukcji o ok. 0.048T, co powoduje, że w praktyce zawartość krzemu nie przekracza 4%

## Cechy charakterystyczne blach elektrotechnicznych

- wysoka rezystywność elektryczna

$$R = \varrho \frac{l}{A} [\Omega] \quad (1)$$

$\varrho$  – rezystywność elektryczna [ $\Omega\text{m}$ ],

$l$  – długość [m],

$A$  – pole przekroju [ $\text{m}^2$ ].

Tabela 1. Zestawienie rezystywności elektrycznych wybranych materiałów.

| Lp. | Materiał | Rezystywność ( $\Omega\cdot\text{m}$ )<br>w temperaturze 20°C |
|-----|----------|---------------------------------------------------------------|
| 1.  | miedź    | $1,72 \times 10^{-8}$                                         |
| 2.  | żelazo   | $10 \times 10^{-8}$                                           |
| 3.  | węgiel   | $3,5 \times 10^{-5}$                                          |
| 4.  | krzem    | 640                                                           |

- wysoka przenikalność magnetyczna

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_o \mathbf{H} \quad (2)$$

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{\text{H}}{\text{m}} \right] \approx 12,5664 \cdot 10^{-7} \left[ \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{m}} \right]$  – przenikalność magnetyczna próżni,

$\mu_r$  – względna przenikalność magnetyczna danego materiału,

$\mathbf{B}$  – indukcja magnetyczna [T],



$H$  – natężenie pola magnetycznego [A/m],

Podział blach elektrotechnicznych ze względu na **właściwości magnetyczne**:

a) izotropowe (- izotropowość - (gr. isos 'równy, jednakowy'; trópos 'zwrot, obrót') – niezależność od kierunku,

- zawartość do 1% krzemu,
- jednakowe właściwości magnetyczne we wszystkich kierunkach,
- materiał magnetycznie miękki,
- względna łatwość obróbki mechanicznej (zwłaszcza wycinania różnych kształtów),
- standardowe grubości blach: 1mm, 0.8mm, 0.65 mm, 0.50 mm, 0.35 mm, 0.27 mm,
- zastosowanie : rdzenie silników i generatorów.

b) anizotropowe

- zawartość krzemu ok. 4%,
- korzystne właściwości magnetyczne w jednym określonym kierunku (zgodnym z kierunkiem walcowania);
- standardowe grubości blach: 0.35 mm, 0.27 mm, 0.23 mm i 0.20 mm,
- względna trudność przy obróbce mechanicznej,
- cena wyższa w porównaniu do blach izotropowych,
- niższa stratność w porównaniu do blach izotropowych,
- zastosowanie: budowa rdzeni transformatorów i rdzeni przyrządów pomiarowych.

### 3. Chłodzenie transformatorów

W związku z powstawaniem strat mocy czynnej podczas pracy transformatora:

- w uzwojeniach strony pierwotnej i wtórnej transformatora (prąd przepływający przez uzwojenia),
- w rdzeniu transformatora (prądy wirowe, histereza),
- elementy konstrukcyjne (prądy wirowe),

objawiających się generowaniem znacznych ilości ciepła, istnieje konieczność chłodzenia transformatorów.

Ze względu na sposób chłodzenia rozróżniamy transformatory:

a) transformatory suche – rdzeń i uzwojenie chłodzone jest powietrzem (chłodzenie naturalne lub z wymuszonym obiegiem powietrza), szczególnym wykonaniem są transformatory żywiczne, w których uzwojenia zalane są żywicą,





- b) transformatory gazowe – elementy transformatora umieszczone są w hermetycznej kadzi wypełnionej sześćfluorkiem siarki ( $\text{SF}_6$ ), który charakteryzuje się:
- bardzo dobrymi właściwościami dielektrycznymi (ok. trzykrotnie lepsze niż powietrze);
  - brakiem barwy, smaku i zapachu,
  - znacznym ciężarem (znacznie cięższy niż powietrze, dobrze tłumi odgłosy pracy transformatora),
  - dobrymi właściwościami gaszenia łuku elektrycznego,
  - niepalnością,
  - wysoką przewodnością cieplną,
  - małą aktywnością chemiczną,
  - optymalne parametry uzyskuje przy ciśnieniu ok. 1.5-3MPa (konieczność stosowania szczelnych/hermetycznych kadzi/zbiorników).
- c) transformatory olejowe – rdzeń i uzwojenie zanurzone są w oleju mineralnym lub syntetycznym (chłodzenie naturalne do mocy ok. 1600kVA, dla większych jednostek chłodzenie z wymuszonym obiegiem).

Podstawowe **funkcje** oleju transformatorowego:

- izolacyjna,
- chłodząca,
- ochrona izolacji stałej przed dostępem wilgoci i powietrza,
- ochrona przed korozją,
- ułatwienie gaszenia łuku elektrycznego,
- poprawa wytrzymałości izolacji celulozowych, poprzez ich nasycanie.

Podstawowe cechy oleju transformatorowego:

- dobre właściwości izolacyjne (wysokie napięcie przebicia i niska stratność dielektryczną),
- stosunkowo małą lepkość, zapewniającą efektywne chłodzenie,
- niska temperatura płynięcia, zapewniająca pracę w ujemnych temperaturach otoczenia,
- bardzo dobra odporność na utlenianie, zapewniająca długotrwałą pracę bez konieczności wymiany oleju,
- bardzo dobre właściwości demulgujące, zapewniające łatwą separację wody w sytuacjach przypadkowego zawodnienia,
- brak zanieczyszczeń takich jak: wolna lub zdyspergowana woda, zanieczyszczenia stałe, rozpuszczone gazy, metale w stężeniach śladowych, substancje kwaśne itp.,



- możliwie wysoka temperatura zapłonu (zmniejszenie zagrożenia pożarowego).

Brak odpowiedniego chłodzenia w transformatorach, zwłaszcza energetycznych, może prowadzić do:

- zmniejszenia sprawności transformatora,
- przyspieszonej degradacji izolacji uzwojeń,
- w przypadku transformatorów chłodzonych olejem pogorszeniem właściwości izolacyjnych oleju,
- w skrajnych przypadkach awarii lub pożaru transformatora.

Na tabliczkach znamionowych transformatorów podawane są informacje dotyczące zastosowanego rodzaju chłodzenia w sposób literowy (dwie lub cztery litery):

- pierwsza litera – rodzaj czynnika chłodzącego uzwojenia: A-powietrze, G – gaz inny niż powietrze, W - woda,
- druga litera – sposób wprowadzania w ruch czynnika chłodzącego: N – naturalne, F- wymuszone
- trzecia litera – rodzaj zewnętrznego czynnika chłodzącego (A,G,N),
- czwarta litera - sposób wprowadzania w ruch zewnętrznego czynnika chłodzącego (A,F).

Przykładowe oznaczenia:

ANAN – transformator suchy, którego uzwojenia i obudowa chłodzone są powietrzem z obiegiem naturalnym,

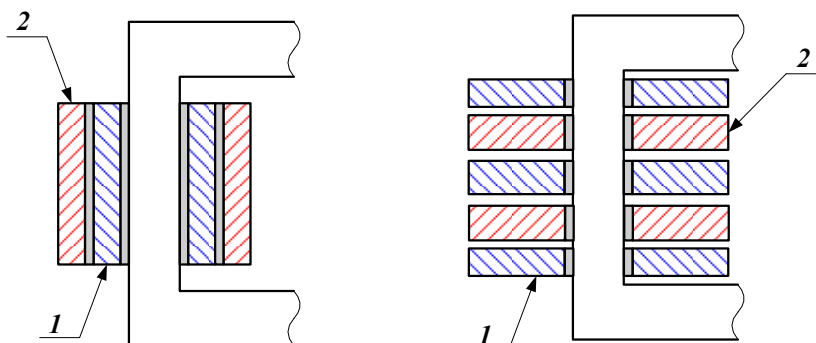
ONAN – transformator olejowy, którego uzwojenia chłodzone są olejem z obiegiem naturalnym, obudowa chłodzona jest powietrzem z obiegiem naturalnym,

OFAF - transformator olejowy, którego uzwojenia chłodzone są olejem z obiegiem wymuszonym, obudowa chłodzona jest powietrzem z obiegiem wymuszonym.

## 4. Konstrukcja uzwojeń transformatorów

a)

b)

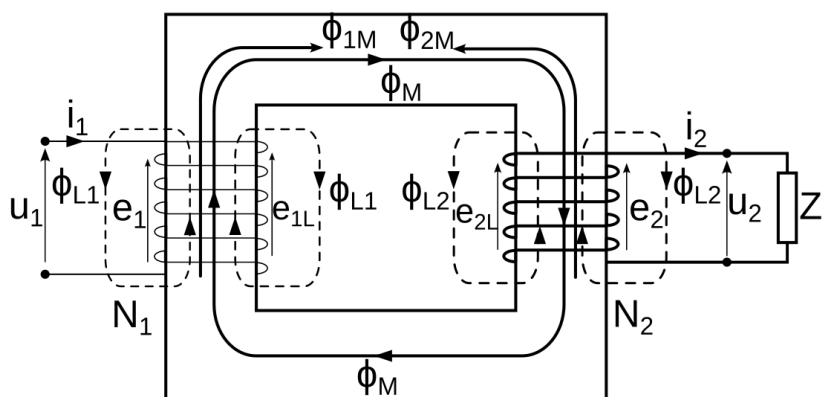


Rys. 7. Uzwojenia transformatorów: a) cylindryczne, b) krążkowe;  
1-uzwojenie dolnego napięcia, 2-uzwojenie górnego napięcia.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono dwa rodzaje uzwojeń stosowanych w transformatorach: cylindryczne, w którym uzwojenia mają kształt cylindrów nałożonych na rdzeń, przy czym uzwojenie dolnego napięcia znajduje się bliżej rdzenia, a uzwojenie górnego napięcia umieszcza się na uzwojeniu dolnego napięcia (rys a). Natomiast uzwojenia krążkowe w kształcie charakterystycznych krążków umieszcza się na bezpośrednio na rdzeniu, naprzemiennie uzwojenie dolnego i górnego napięcia.

## 5. Schemat zastępczy transformatora

Schemat zastępczy transformatora



Rys. 8. Układ transformatora jednofazowego dwuuzwojeniowego.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono rdzeń transformatora jednofazowego z dwoma uzwojeniami, oznaczono wielkości napięć, prądów, sił elektromotorycznych, strumieni głównych i rozproszenia dla strony pierwotnej i wtórnej.]

Oznaczenia:

$u_1, u_2$  – napięcie zasilania strony pierwotnej (1) i wtórnej transformatora (2),

$i_1, i_2$  – prąd strony pierwotnej transformatora,

$\phi_M$  – strumień główny transformatora.

$$\phi_M = \phi_{1M} - \phi_{2M} \quad (3)$$

$$\phi_M = \Phi_{mv} \sin \omega t \quad (4)$$

$\phi_{1M}, \phi_{2M}$  – strumień główny uzwojenia pierwotnego (indeks 1) i wtórnego (indeks 2);

$\Phi_{mv}$  – wartość maksymalna (amplituda) strumienia głównego  $\phi_M$ ;

Siły elektromotoryczne strony pierwotnej  $e_1$  i wtórnej  $e_2$  indukowane przez strumień główny  $\phi_M$  można opisać zależnościami:

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi_M}{dt} = N_1 \omega \Phi_{Mmv} \cos \omega t = E_{1mv} \cos \omega t \quad (5)$$

$$e_2 = N_2 \frac{d\phi_M}{dt} = N_2 \omega \Phi_{Mmv} \cos \omega t = E_{2mv} \cos \omega t \quad (6)$$

$N_1, N_2$  – liczba zwojów uzwojenia strony pierwotnej i wtórnej;

$$\omega = 2\pi f \quad (7)$$

$f$  – częstotliwość.

Wartości skuteczne indukowanych sił elektromotorycznych wynoszą:

$$E_1 = \frac{E_{1mv}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} N_1 \Phi_{Mmv} \omega = \frac{1}{\sqrt{2}} N_1 \Phi_{Mmv} 2\pi f = 4.44 N_1 \Phi_{Mmv} f \quad (8)$$

$$E_2 = \frac{E_{2mv}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} N_2 \Phi_{Mmv} \omega = \frac{1}{\sqrt{2}} N_2 \Phi_{Mmv} 2\pi f = 4.44 N_2 \Phi_{Mmv} f \quad (9)$$

Ze stosunku sił elektromotorycznych wyznaczamy:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{4.44 N_1 \Phi_{Mmv} f}{4.44 N_2 \Phi_{Mmv} f} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad (10)$$

$n$  – przekładnia zwojowa transformatora.

$$E'_2 = E_2 n \quad (11)$$

$E'_2$  - napięcie strony wtórnej przeliczone na stronę pierwotną (przeliczone na poziom napięcia strony pierwotnej);

Wartości chwilowe sił elektromotorycznych rozproszenia  $e_{1L}$  i  $e_{2L}$  można opisać następującymi zależnościami:

$$e_{1L} = N_1 \frac{d\phi_{L1}}{dt} = N_1 \omega \Phi_{L1mv} \cos \omega t = E_{1Lmv} \cos \omega t \quad (12)$$

$$e_{2L} = N_2 \frac{d\phi_{L2}}{dt} = N_2 \omega \Phi_{L2mv} \cos \omega t = E_{2Lmv} \cos \omega t \quad (13)$$

Wartości skuteczne wynoszą:

$$E_{1L} = \frac{E_{1Lmv}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} N_1 \Phi_{L1mv} \omega = \frac{1}{\sqrt{2}} N_1 \Phi_{L1mv} 2\pi f = 4.44 N_1 \Phi_{L1mv} f \quad (14)$$

$$E_{2L} = \frac{E_{2Lmv}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} N_2 \Phi_{L2mv} \omega = N_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi_{L2mv} 2\pi f = 4.44 N_2 \Phi_{L2mv} f \quad (15)$$

Siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniu pierwotnym  $E_1$  można również przedstawić jako spadek napięcia na reaktancji magnesującej  $X_m$  wywołany przepływającym prądem  $I_m$ :

$$E_1 = X_m I_m = 2\pi f L_m I_m \quad (16)$$

$L_m$  – indukcyjność magnesowania opisana zależnością:

$$L_m = N_1^2 \Lambda_m = N_1^2 \frac{\mu_{Fe} S_{Fe}}{l_{Fe}} \quad (17)$$

$\Lambda_m$  – przewodność magnetyczna rdzenia transformatora;

$\mu_{Fe}$  – przenikalność magnetyczna rdzenia;

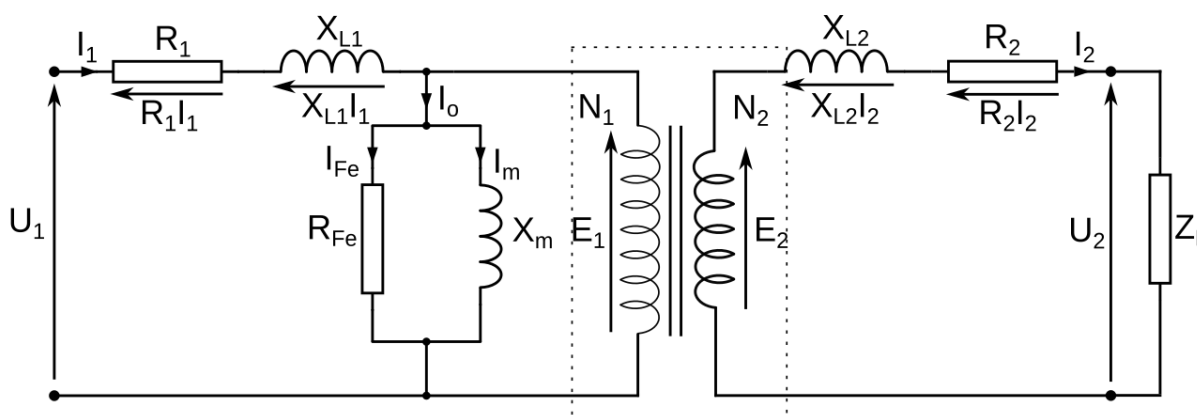
$S_{Fe}$ ,  $l_{Fe}$  – pole przekroju rdzenia i długość rdzenia transformatora.

Napięcia rozproszenia strony pierwotnej  $E_{1L}$  i wtórnej  $E_{2L}$ :

$$E_{1L} = X_{1L} I_1 = 2\pi f L_{1L} I_1 = N_1^2 \Lambda_{1L} \quad (18)$$

$$E_{2L} = X_{2L} I_2 = 2\pi f L_{2L} I_2 = N_2^2 \Lambda_{2L} \quad (19)$$

$\Lambda_{1L}$ ,  $\Lambda_{2L}$  – przewodności magnetyczne dla strumieni rozproszenia strony pierwotnej i wtórnej.



Rys. 9. Schemat zastępczy transformatora jednofazowego dwuuzwojeniowego.  
[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono schemat zastępczy transformatora dla dwóch poziomów napięcia w stanie obciążenia wraz z oznaczonymi wielkościami charakterystycznymi takimi jak: napięcia, prądy, spadki napięć, siły elektromotoryczne itd.]



Uwzględniając rezystancję uzwojenia strony pierwotnej  $R_1$  i wtórnej  $R_2$  równania napięciowe przyjmują postać:

$$\vec{U}_1 = \vec{E}_1 + R_1 \vec{I}_1 + \vec{E}_{1L} \quad (20)$$

$$\vec{U}_2 = \vec{E}_2 + R_2 \vec{I}_2 + \vec{E}_{2L} \quad (21)$$

Po uwzględnieniu zależności na  $\vec{E}_{1L}$  i  $\vec{E}_{2L}$ :

$$\vec{U}_1 = \vec{E}_1 + R_1 \vec{I}_1 + jX_{1L} \vec{I}_1 \quad (22)$$

$$\vec{U}_2 = \vec{E}_2 - R_2 \vec{I}_2 - jX_{2L} \vec{I}_2 \quad (23)$$

Strumień magnetyczny w rdzeniu jest skutkiem działania przepływu wypadkowego, który jest różnicą geometryczną przepływów strony pierwotnej i wtórnej:

$$\theta_o = \theta_1 - \theta_2 \quad (24)$$

Po uwzględnieniu zależności na przepływy, powyższe równanie można zapisać w postaci:

$$\sqrt{2} I_o N_1 = \sqrt{2} I_1 N_1 - \sqrt{2} I_2 N_2 \quad (25)$$

Prąd jałowy:

$$I_o = I_1 - I_2 \frac{N_2}{N_1} = I_1 - I_2 \frac{1}{\frac{N_1}{N_2}} = I_1 - I_2 \frac{1}{n} \quad (26)$$

$$I'_2 = I_2 \frac{1}{n} \quad (27)$$

$I'_2$  - prąd strony wtórnej przeliczony na stronę pierwotną;

Mnożąc równanie (22) obustronnie przez przekładnię zwojową  $n$  otrzymuje się:

$$U_2 n = E_2 n - R_2 I_2 n - jX_{2L} I_2 n \quad (28)$$

$$U_2 n = E_2 n - R_2 n^2 \frac{I_2}{n} - jX_{2L} n^2 \frac{I_2}{n} \quad (29)$$

Po uwzględnieniu zależności:

$$U'_2 = U_2 n ; E'_2 = E_2 n ; R'_2 = R_2 n^2 ; X'_{2L} = X_{2L} n^2 ; I'_2 = \frac{I_2}{n} \quad (30)$$

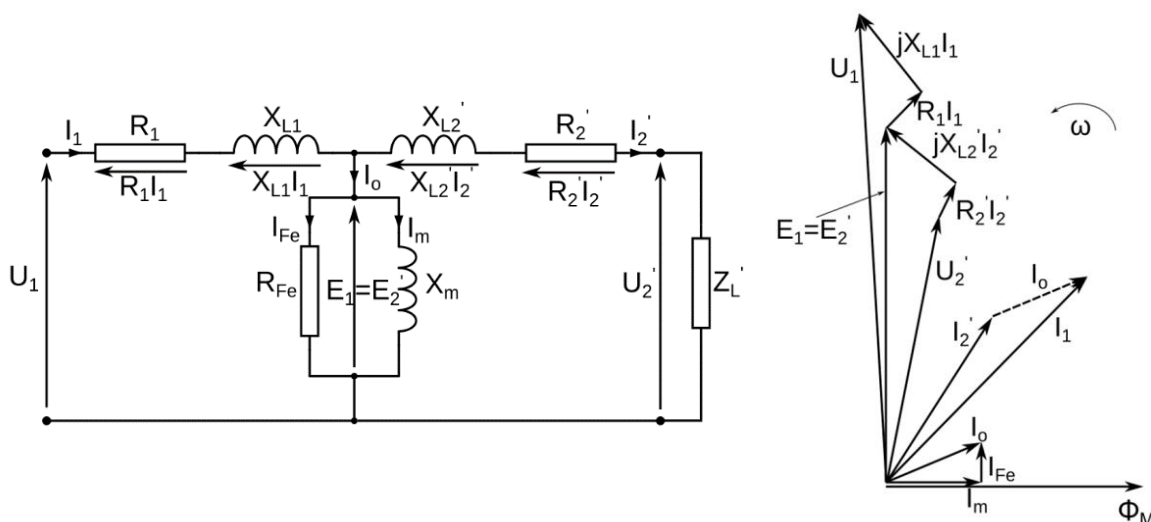
Otrzymuje się:

$$U'_2 = U_2 n ; E'_2 = E_2 n ; R'_2 = R_2 n^2 ; X'_{2L} = X_{2L} n^2 ; I'_2 = \frac{I_2}{n} \quad (31)$$

$R'_2, X'_{2L}$  - rezystancja i reaktancja strony wtórnej przeliczona na stronę pierwotną.

a)

b)

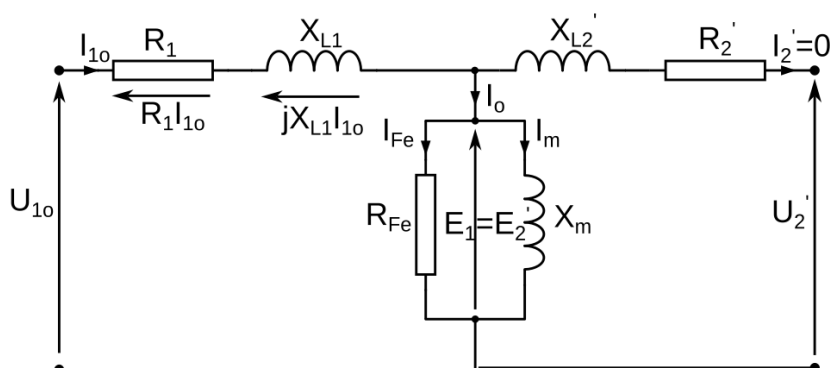


Rys. 10. Schemat zastępczy i wykres wektorowy transformatora.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono schemat zastępczy transformatora w stanie obciążenia pkt. a) dla którego wszystkie parametry przeliczone są na poziom napięcia strony pierwotnej wraz z oznaczonymi wielkościami charakterystycznymi takimi jak: napięcia, prądy, spadki napięć, siły elektromotoryczne itd., natomiast w pkt. b) przedstawiono odpowiadający schematowi zastępczemu wykres wektorowy.]

## 6. Stan jałowy transformatora

**Stan jałowy transformatora** – to stan w którym strona pierwotna jest zasilana napięciem a strona wtórna nie jest obciążona żadnym odbiornikiem.



Rys. 11. Schemat zastępczy transformatora w stanie jałowym.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono schemat zastępczy transformatora typu T w stanie jałowym tzn. strona pierwotna jest zasilana napięciem, natomiast strona wtórna jest rozwarta, prąd strony wtórnej jest równy 0.]



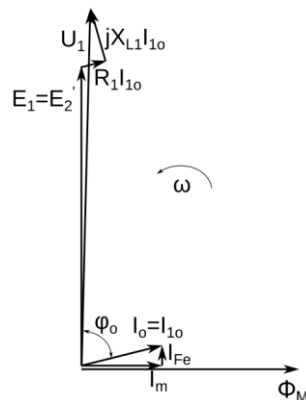
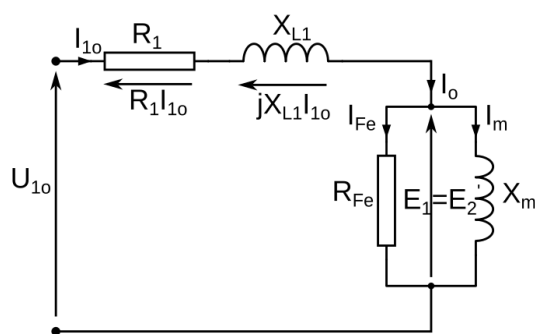
Jeżeli strona wtórna transformatora jest nieobciążona  $I'_2 = 0$  na podstawie powyższego schematu zastępczego można zapisać:

$$I_1 = I_o \quad (32)$$

Uwzględniając zależność (32) schemat zastępczy transformatora dla stanu jałowego można przedstawić w postaci zamieszczonej na rys.12.

a)

b)



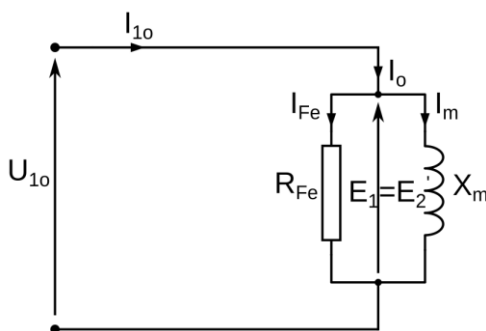
Rys. 12. Schemat zastępczy i wykres wektorowy transformatora w stanie jałowym.

[Tekst alternatywny. Rysunek a) przedstawia schemat zastępczy transformatora, który zawiera parametry uzwojenia strony pierwotnej: rezystancję i reaktancję, oraz parametry gałęzi poprzecznej rezystancję i reaktancję magnesującą rdzenia.

Prąd stanu jałowego dla transformatorów wynosi od około 3 – 12 % prądu znamionowego (większe wartości odnoszą się do małych transformatorów).

#### Przekładnia napięciowa transformatora

W transformatorach większej mocy w stanie jałowym prąd biegu jałowego jest niewielki stąd pomija się spadki napięcia na rezystancji  $R_1$  i reaktancji  $X_{L1}$  uzwojenia strony pierwotnej transformatora przyjmując  $E_1 \approx U_{10}$ .



Rys. 13. Uproszczony schemat zastępczy transformatora w stanie jałowym.



[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia uproszczony schemat zastępczy transformatora w stanie jałowym, zawierający jedynie parametry gałęzi poprzecznej w postaci rezystancji rdzenia i reaktancji magnesującej.]

Na podstawie uproszczonego schematu zastępczego, przy przyjęciu uproszczenia  $E_1 \approx U_{10}$  co jest równoznaczne z założeniem:

$$\Delta P_o \approx \Delta P_{Fe} \quad (33)$$

Straty mocy czynnej  $\Delta P_{Fe}$  w rdzeniu transformatora można opisać zależnością:

$$\Delta P_{Fe} \approx \Delta P_h + \Delta P_w \quad (34)$$

gdzie:

$\Delta P_h = c_h B^2 f$  – straty pochodzące od histerezy magnetycznej,

$\Delta P_w = c_w B^2 f^2$  – straty pochodzące od prądów wirowych,

$c_h, c_w$  – stałe zależne od rodzaju materiału,

$B$  – indukcja magnetyczna,

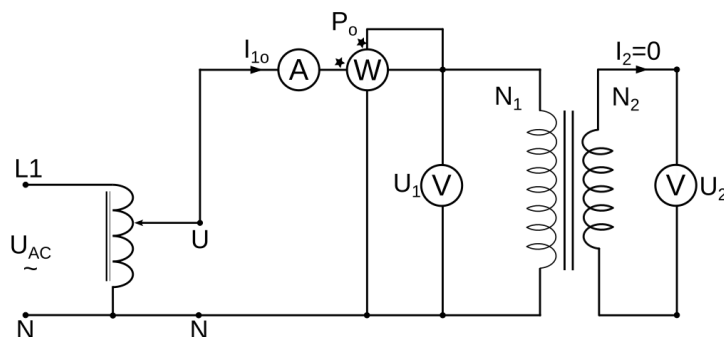
$f$  – częstotliwość napięcia zasilającego.

Po uwzględnieniu powyższych zależności straty mocy czynnej w transformatorze w stanie jałowym opisuje się zależnością:

$$\Delta P_o \approx c_{Fe} B^2 f^{1.3} \quad (35)$$

W stanie jałowym wyznacza się przekładnię napięciową  $K_U$  mierząc napięcie zasilające  $U_1$  i napięcie po stronie wtórnej  $U_2$ . Dla transformatora jednofazowego przekładnia napięciowa  $K_U$  jest równa przekładni zwojowej  $n$ :

$$n = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{U_1}{U_2} = K_U \quad (36)$$



Rys. 14. Schemat układu pomiarowego do badania stanu jałowego transformatora jednofazowego.

[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia układ pomiarowy umożliwiający pomiar napięcia zasilającego (pierwotnego), napięcia wtórnego, prądu jałowego i mocy

czynnej pobieranej przez transformator w stanie jałowym zasilanego z regulowanego źródła napięcia – autotransformatora.]

Moc pobrana przez transformator w stanie jałowym  $P_o$ , po uwzględnieniu uproszczeń, jest równa stratom w rdzeniu transformatora:

$$P_o \approx \Delta P_{Fe} \quad (37)$$

Na podstawie zmierzonych wartości mocy czynnej, napięcia i prądu wyznacza się współczynnik mocy transformatora w stanie jałowym:

$$P_o = m U_1 I_{1o} \cos \varphi_o \rightarrow \cos \varphi_o = \frac{P_o}{m U_1 I_{1o}} \quad (38)$$

Składową czynną  $I_{Fe}$  prądu biegu jałowego oblicza się z zależności:

$$P_o = m I_{Fe}^2 R_{Fe} = m I_{Fe}^2 \frac{U_1}{I_{Fe}} = m I_{Fe} U_1 \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_o}{m U_1} \quad (39)$$

Składowa bierna prądu  $I_m$ :

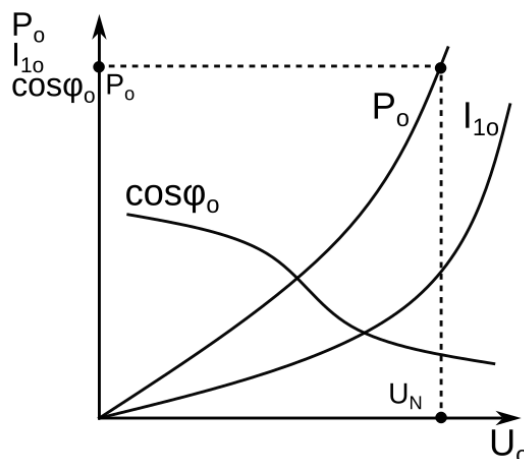
$$I_{1o}^2 = I_m^2 + I_{Fe}^2 \rightarrow I_m = \sqrt{I_{1o}^2 - I_{Fe}^2} \quad (40)$$

Reaktancja magnesowania  $X_m$ :

$$X_m = \frac{U_1}{I_m} \quad (41)$$

Rezystancja gałęzi poprzecznej:

$$P_o = m I_{Fe}^2 R_{Fe} = m \left( \frac{U_1}{R_{Fe}} \right)^2 R_{Fe} = m \frac{U_1^2}{R_{Fe}} \rightarrow R_{Fe} = m \frac{U_1^2}{P_o} \quad (42)$$

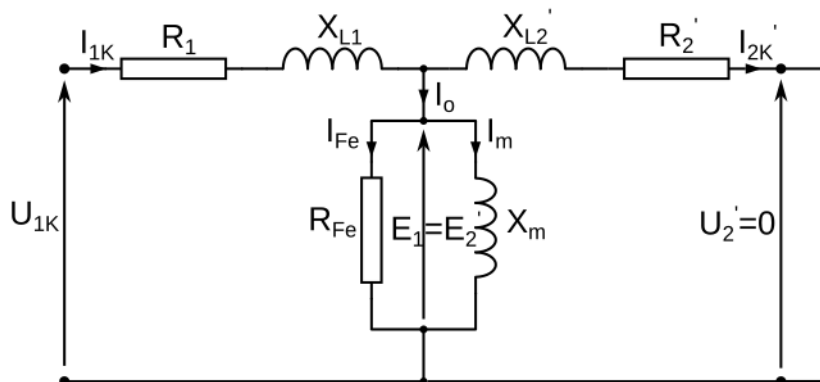


Rys. 15. Charakterystyki stanu jałowego transformatora.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono trzy charakterystyki prądu jałowego, mocy pobieranej przez transformator oraz współczynnika mocy w stanie jałowym w zależności od wartości napięcia zasilającego.]

## 7. Stan zwarcia transformatora

Stan zwarcia transformatora – to stan w którym strona pierwotna jest zasilona napięciem  $U_1$  a strona wtórna jest zwarta  $U_2' = 0$ .



Rys. 16. Schemat zastępczy transformatora w stanie zwarcia.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono pełny schemat zastępczy typu „T” transformatora w stanie zwarcia, uwzględniający zarówno parametry uzwojeń strony pierwotnej jak i wtórnej w postaci rezystancji i reaktancji, oraz parametry rdzenia przeliczone na poziom napięcia zasilającego.]

Jeżeli w stanie zwarcia transformator zostanie zasilony napięciem znamionowym  $U_N$  wówczas w uzwojeniach popłyną prądy  $(10\div 25)I_N$  – zwarcie eksploatacyjne.

W warunkach laboratoryjnych transformator zasila się obniżonym napięciem  $U_K$ , które wymusza przepływ prądów znamionowych  $I_N$  – nazywane napięciem zwarcia (zwarcie kontrolowane, laboratoryjne).

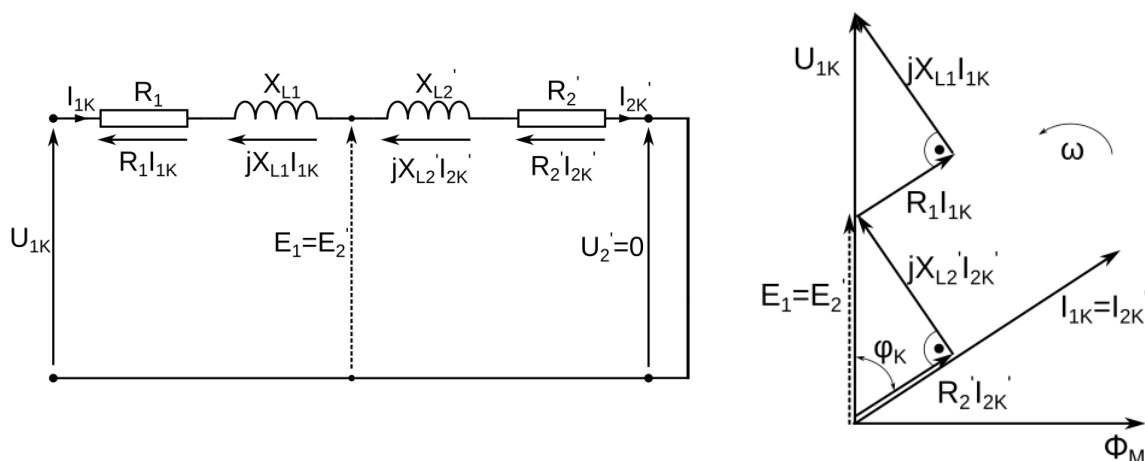
W stanie zwarcia transformatora  $I_K \gg I_o$  pomija się straty w rdzeniu, co pozwala na przyjęcie założenia:

$$I_{1K} = I_{2K}' \quad (43)$$

W związku z tym schemat zastępczy można przedstawić w postaci:

a)

b)



Rys. 17. Uproszczony schemat zastępczy a) i wykres wektorowy transformatora w stanie zwarcia b).

[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia schemat zastępczy transformatora w stanie zwarcia w wersji uproszczonej, pominięto gałąź poprzeczną transformatora, uwzględniono parametry gałęzi podłużnej z pełnego schematu zastępczego transformatora takie jak rezystancje i reaktancje strony pierwotnej i wtórnej przeliczone na poziom napięcia strony pierwotnej.]

Na podstawie uproszczonego schematu zastępczego przedstawionego na rys 18 można zapisać równania napięciowe dla stanu zwarcia transformatora dla strony pierwotnej (44) i wtórnej (45):

$$\vec{U}_{1K} = \vec{E}_1 + R_1 \vec{I}_{1K} + jX_{L1} \vec{I}_{1K} \quad (44)$$

$$0 = \vec{E}_2' - R_2' \vec{I}_{2K}' - jX_{L2}' \vec{I}_{2K}' \quad (45)$$

Jeżeli rezystancja zwarcia  $R_{1K}$  zostanie zapisana jako:

$$R_{1K} = R_1 + R_2' \quad (46)$$

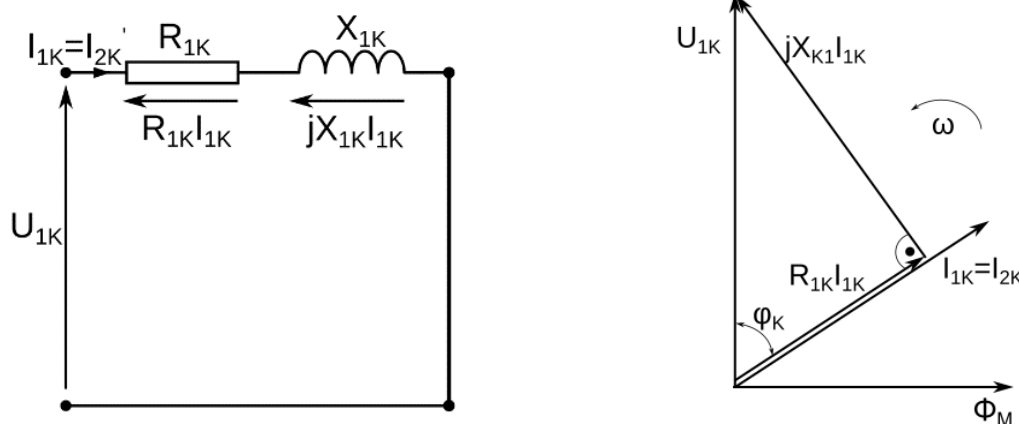
a reaktancja zwarcia:

$$X_{1K} = X_{L1} + X_{L2}' \quad (47)$$

Wówczas uproszczony schemat zastępczy i wykres wektorowy transformatora w stanie zwarcia można przedstawić w postaci jak na poniższym rysunku:

a)

b)



Rys. 18. Uproszczony schemat zastępczy a) i wykres wektorowy transformatora w stanie zwarcia b).

[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia uproszczony schemat zastępczy transformatora w stanie zwarcia zasilanego napięciem  $U_{1K}$  zawierający jedynie rezystancję zwarciovą  $R_{1K}$  i reaktancję zwarciovą  $X_{1K}$  (pkt.a), a obok odpowiadający mu uproszczony wykres wektorowy.]

Impedancja zwarciovą opisana jest zależnością:

$$Z_{1K} = \sqrt{R_{1K}^2 + X_{1K}^2} \quad (48)$$

Zatem najbardziej uproszczoną postać schematu zastępczego transformatora w stanie zwarcia można przedstawić w postaci jak na rys.21.

Napięcie zwarcia  $U_K$  jest geometryczną sumą spadków napięć na rezystancji  $R_K$  i reaktancji zwarcia  $X_K$  transformatora:

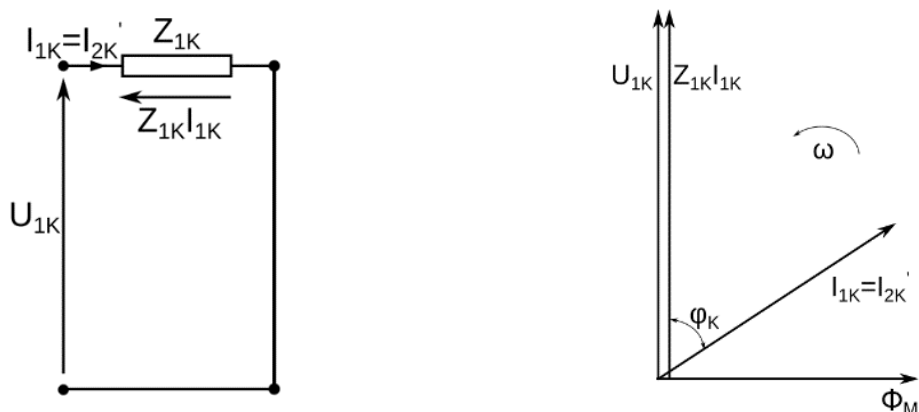
$$U_K = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} \quad (49)$$

Spadek napięcia na rezystancji zwarcia:

$$U_R = R_{1K}I_{1K} \quad (50)$$

a)

b)



Rys. 19. Uproszczony schemat zastępczy a) i wykres wektorowy transformatora w stanie zwarcia b).

[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia uproszczony schemat zastępczy transformatora w stanie zwarcia zasilanego napięciem  $U_{1K}$  zawierający jedynie impedancję zwarciovą  $Z_{1K}$  (pkt.a), a obok odpowiadający mu uproszczony wykres wektorowy.]

Spadek napięcia na reaktancji zwarcia:

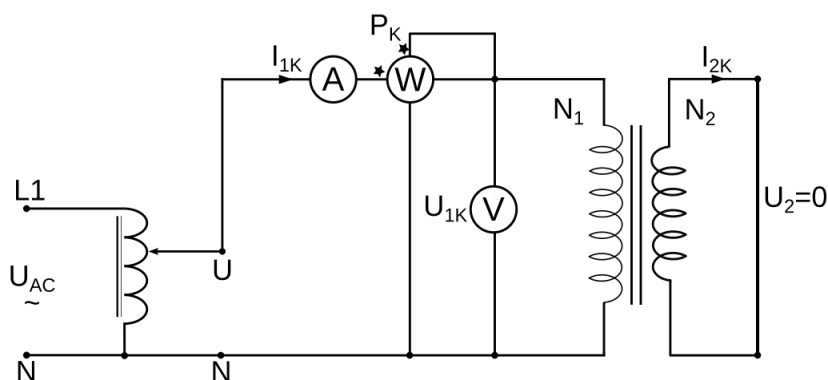
$$U_X = X_{1K} I_{1K} \quad (51)$$

W stanie zwarcia moc pobierana  $P_K$  przez transformator jest mocą strat na rezystancji uzwojeń  $\Delta P_{Cu}$  strony pierwotnej i wtórnej:

$$P_K = \Delta P_{Cu} = m(I_{1K}^2 R_1 + I_{2K}^2 R_2) = m(I_{1K}^2 R_1 + I_{2K}'^2 R_2') \quad (52)$$

$$P_K = m I_{1K}^2 (R_1 + R_2') = m I_{1K}^2 R_{1K} \quad (53)$$

Pomiary w stanie zwarcia transformatora



Rys. 20. Schemat układu pomiarowego do badania stanu zwarcia transformatora jednofazowego.

[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia układ pomiarowy umożliwiający pomiar napięcia zasilającego, prądu zwarciovego i mocy czynnej pobieranej przez

transformator w stanie zwarcia zasilanego z regulowanego źródła napięcia – autotransformatora.]

Na podstawie wyników pomiarów wyznacza się:

Straty w uzwojeniach:

$$P_K = \Delta P_{Cu} \quad (54)$$

Współczynnik mocy w stanie zwarcia:

$$P_K = mU_{1K}I_{1K}\cos\varphi_K \rightarrow \cos\varphi_K = \frac{P_K}{mU_{1K}I_{1K}} \quad (55)$$

Rezystancję zwarcia transformatora:

$$R_K = \frac{\Delta P_{CuN}}{mI_{1N}^2} \quad (56)$$

Impedancję zwarcia transformatora:

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1N}} \quad (57)$$

Reaktancję zwarcia transformatora

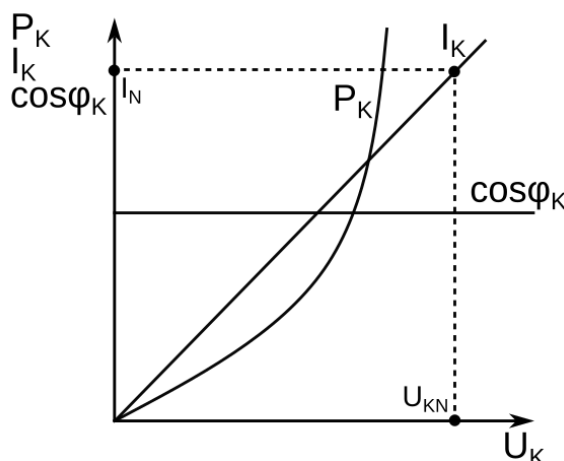
$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} \quad (58)$$

Dla transformatorów energetycznych przyjmuje się:

$$R_1 = R_2' = \frac{R_K}{2} \quad (59)$$

$$X_1 = X_2' = \frac{X_K}{2} \quad (60)$$

Zależności prądu zwarciego, mocy pobieranej przez transformator i współczynnika mocy w stanie zwarcia w funkcji napięcia zasilającego przedstawiono na rys.23.



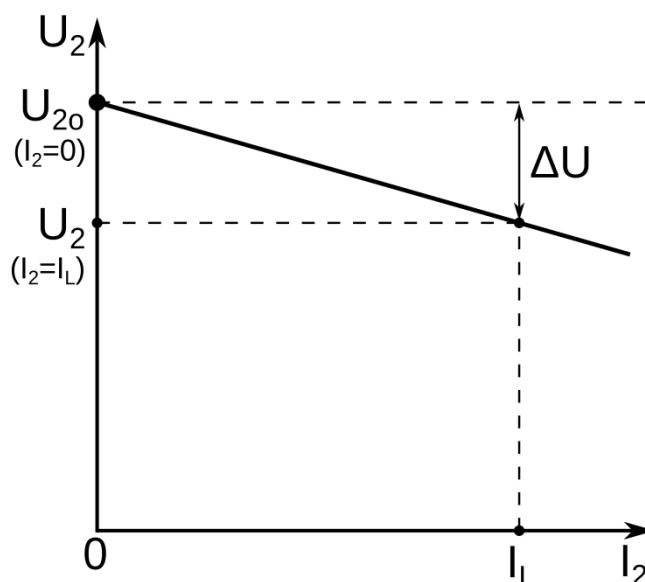
Rys. 21. Charakterystyki stanu zwarcia transformatora.



[Tekst alternatywny. Rysunek przedstawia zależności prądu zwarciovego  $I_K$ , mocy zwarcioviej  $P_K$  i współczynnika mocy  $\cos\varphi_K$  w stanie zwarcia transformatora. Na wykresie graficznie zaznaczono punkt, w którym napięcie zasilania jest równe procentowemu napięciu zwarcia co wywołuje w stanie zwarcia transformatora przepływ prądu znamionowego.]

## 8. Stan obciążenia transformatora

Zmienność napięcia - zakres wahań napięcia strony wtórnej transformatora przy przejściu od stanu jałowego do stanu obciążenia przy danym współczynniku obciążenia  $\cos\varphi$ . W stanie jałowym transformatora ( $I_2=0$ ) zasilanego napięciem pierwotnym  $U_1$  po stronie wtórnej pojawia się napięcie  $U_{20}$ , natomiast w stanie obciążenia  $I_2 \neq 0$  napięcie po stronie wtórnej będzie miało wartość inną niż w stanie jałowym ( $U_2 \neq U_{20}$ ) z powodu spadków napięć na impedancji wewnętrznej transformatora.



Rys. 22. Graficzna interpretacja zmienności napięcia transformatora.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono zależność napięcia po stronie wtórej transformatora  $U_2$  od prądu obciążenia  $I_2$ . Zależność na kształt prostoliniowy o nachyleniu zależnym od rodzaju obciążenia. Punktem początkowym jest stan jałowy transformatora dla którego  $U_2=U_{20}$ . Na rysunku przedstawiono przypadek obciążenia transformatora obciążeniem rezystancyjno-indukcyjnym, dla którego zmienność napięcia dla danego prądu obciążenia  $I_L$  ilustruje zaznaczony odcinek  $\Delta U$ .]



[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono wykresy wektorowe, które służą do wyznaczania w sposób uproszczony zmienności transformatora. Uproszczenie polega na pominięciu odcinka AC przy wyznaczaniu zmienności napięcia.]

Na podstawie rys.26 zmienność napięcia można opisać jako różnicę wektorów napięć:

$$\overrightarrow{\Delta U} = \overrightarrow{U_1} - \overrightarrow{U_2'} \quad \text{gdzie: } U_2' = U_2 n \quad (61)$$

$\Delta U_r$  – spadek napięcia w jednostkach względnych.

Spadek napięcia na impedancji transformatora w jednostkach względnych można wyrazić za pomocą zależności (wzór uproszczony):

$$\Delta U_r = \alpha \beta (\Delta U_{RNr} \cdot \cos \varphi_L \pm \Delta U_{XNr} \cdot \sin \varphi_L) \quad (62)$$

Współczynnik napięciowy:

$$\alpha = \frac{U_N}{U} \quad (63)$$

Współczynnik prądowy (obciążenia):

$$\beta = \frac{I}{I_N} \quad (64)$$

Znamionowy spadek napięcia na rezystancji zwarcia  $R_K$  transformatora w jednostkach względnych:

$$\Delta U_{RNr} = \frac{R_{1K} I_{1N}}{U_{1N}} = \frac{R_{2K} I_{2N}}{U_{2N}} = \frac{\Delta P_{CuN}}{S_N} \quad (65)$$

Znamionowy spadek napięcia na rezystancji zwarcia  $R_K$  transformatora w postaci procentowej:

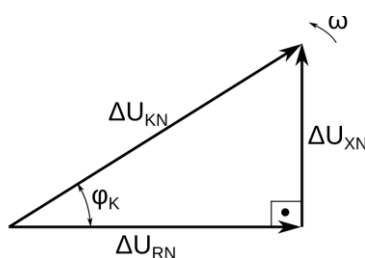
$$\Delta U_{RN\%} = \Delta U_{RNr} \cdot 100 \% \quad (66)$$

Znamionowy spadek napięcia na reaktancji zwarcia  $X_K$  transformatora w jednostkach względnych:

$$\Delta U_{XNr} = \frac{X_{1K} I_{1N}}{U_{1N}} = \frac{X_{2K} I_{2N}}{U_{2N}} \quad (67)$$

lub z zależności:

$$\Delta U_{XNr} = \sqrt{\Delta U_{KNr}^2 - \Delta U_{RNr}^2} \quad (68)$$



Rys. 25. Trójkąt spadków napięć transformatora.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono trójkąt prostokątny ilustrujący zależności pomiędzy spadkami napięć na rezystancji, reaktancji i impedancji transformatora wywołanymi przez przepływ prądu znamionowego.]

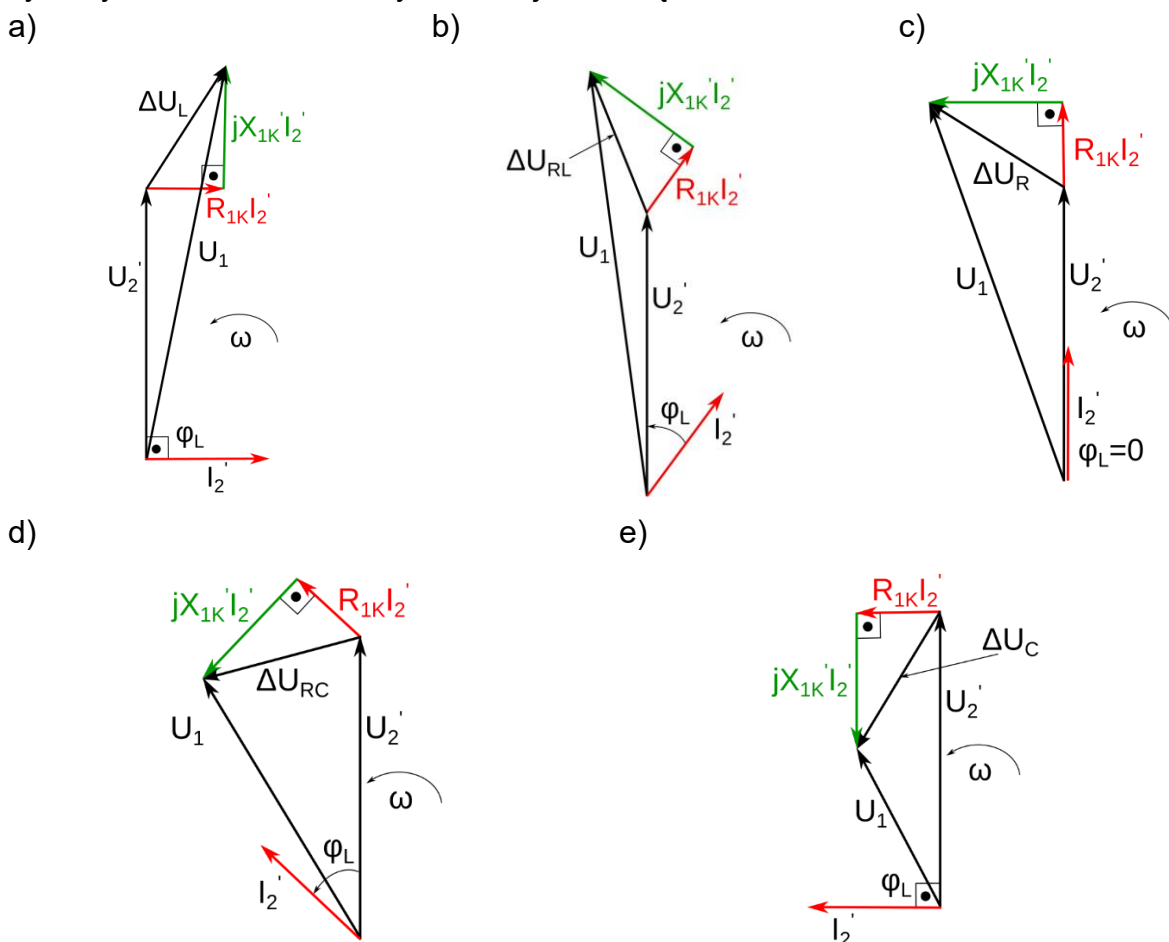
Znamionowy spadek napięcia na impedancji zwarcia transformatora

$$\Delta U_{KNr} = \frac{\Delta U_{K\%}}{100} \quad (69)$$

$\Delta U_{K\%}$  - procentowe napięcie zwarcia odczytane z tabliczki znamionowej transformatora ( $U_{K\%}$ )

W zależności  $62 \pm$  - znak zależny od rodzaju obciążenia

Wykresy wskazowe dla różnych rodzajów obciążenia

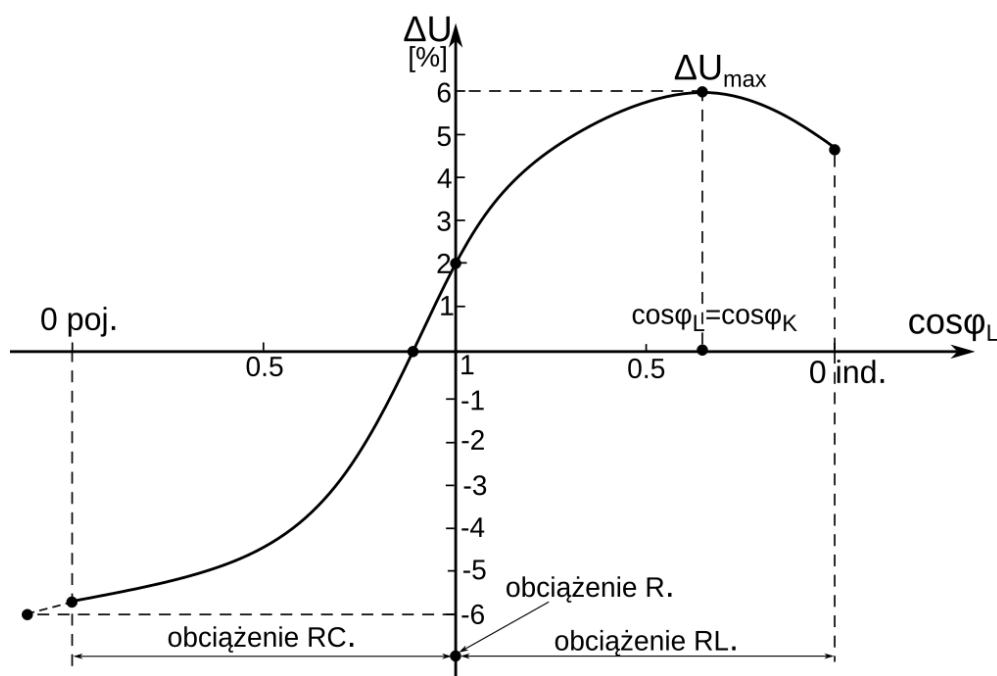


Rys. 26. Wykresy wskazowe dla stanu obciążenia transformatora odbiornikiem typu  
a) L, b) RL, c) R, d) RC, e) C.

[Tekst alternatywny. Na rysunkach przedstawiono wykresy wektorowe napięć strony pierwotnej i wtórnej, prądu obciążenia i spadków napięć na rezystancji i reaktancji transformatora dla pięciu różnych rodzajów obciążenia: indukcyjnego, rezystancyjno-indukcyjnego, rezystancyjnego, rezystancyjno-pojemnościowego i pojemnościowego.]

O wzajemnym położeniu poszczególnych wektorów decyduje rodzaj obciążenia transformatora.]

Zależność zmienności napięcia transformatora od rodzaju obciążenia



Rys. 27. Zależność zmienności napięcia transformatora od współczynnika mocy obciążenia.

[Tekst alternatywny. Na rysunku przedstawiono zależność zmienności napięcia od współczynnika mocy transformatora dla różnych rodzajów. Zmienność napięcia może przyjmować wartości dodatnie, co oznacza spadek napięcia po stronie wtórnej transformatora, lub wartość ujemną, co oznacza wzrost napięcia stronie wtórnej transformatora w stanie obciążenia. Największa zmienność napięcia występuje w przypadku, kiedy współczynnik obciążenia jest równy współczynnikowi w stanie zwarcia transformatora.]



## 9. Literatura

1. Bajorek Z.: Teoria maszyn elektrycznych, WNT, Warszawa 1982.
2. Chapman St. J.: Electrical Machinery Fundamentals. McGraw Hill, New York 2005.
3. Fitzgerald A. E.: Kingsley Ch., Unmans S. D.: Electric Machinery, McGraw Hill Higher Education 2003.
4. Fleszar J., Śliwińska D.: Zadania z maszyn elektrycznych, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2003
5. Glinka T.: Ćwiczenia tablicowe z transformatorów i maszyn elektrycznych, PWN, Warszawa 2022.
6. Glinka T.: Maszyny elektryczne i transformatory, PWN, Warszawa 2018.
7. Glinka T.: Zadania z maszyn elektrycznych, WNT, Warszawa 1976.
8. Jezierski E.: Transformatory. WNT, Warszawa 1983
9. Latek W.: Teoria maszyn elektrycznych, WNT, Warszawa 1982.
10. Plamitzer A, M.: Maszyny elektryczne, WNT. Warszawa 1976.