



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Świętokrzyska
Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki

Kierunek studiów:
Elektrotechnika

Kornelia Banasik

Materiały dydaktyczne do przedmiotu

Niezawodność zasilania energią elektryczną

opracowane w ramach realizacji Projektu
**„Dostosowanie kształcenia
w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb
współczesnej gospodarki”**
FERS.01.05-IP.08-0234/23

Kielce, 2025



Politechnika Świętokrzyska
Kielce University of Technology

Projekt „Dostosowanie kształcenia w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb współczesnej gospodarki”
nr FERS.01.05-IP.08-0234/23



Spis treści

1. Wstęp teoretyczny	3
1.1. Wprowadzenie do tematyki niezawodności	3
1.2. Pojęcia związane z niezawodnością zasilania energią elektryczną	3
2. Przykładowe zadania wraz z rozwiązaniami	5
3. Literatura	25



Materiały dydaktyczne objęte licencją Creative Commons BY 4.0.

Licencja dostępna pod adresem: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



1. Wstęp teoretyczny

1.1. Wprowadzenie do tematyki niezawodności

Niezawodność definiuje się jako zdolność elementów (obiektów) do wykonywania określonych funkcji w określonych warunkach i w określonym przedziale czasu, przy jednoczesnym nieprzekraczaniu dopuszczalnych parametrów. „Określone warunki” z reguły przyjmuje się za stałe. Na niezawodność w sposób istotny wpływa czas działania obiektu oraz rodzaj postawionego działania. Na niezawodność obiektu oddziałują również narażenia wewnętrzne (obciążenia mechaniczne, elektryczne, chemiczne i inne) i narażenia zewnętrzne (środowiskowe), które zmieniają się w funkcji czasu, najczęściej w sposób losowy.

Niezawodność systemu elektroenergetycznego to poziom funkcjonowania tego systemu skutkujący realizacją ciągłych dostaw energii elektrycznej o odpowiednich parametrach jakościowych do odbiorców energii z uwzględnieniem dwóch aspektów: wystarczalności i bezpieczeństwa.

Niezawodność działania lub pracy jest najważniejszym kryterium oceny maszyn i urządzeń technicznych pod względem ich przydatności do eksploatacji. Inne własności maszyny są w większości związane z niezawodnością i na nią korzystnie lub niekorzystnie wpływają.

Głównymi pojęciami w elektroenergetyce, związanymi z pojęciem niezawodności, są ciągłość i jakość zasilania energią elektryczną.

1.2. Pojęcia związane z niezawodnością zasilania energią elektryczną

- *Uszkodzenie* obiektu jest przejściem ze stanu zdatności ruchowej do stanu niezdatności lub inaczej awarii. Jest to jednoznaczne z niespełnieniem wymagań stawianych urządzeniom w czasie jego eksploatacji. Przejście to może odbywać się w różny sposób, w związku z czym konieczne jest rozróżnienie dwóch podstawowych typów uszkodzeń. Pierwsze z nich to *uszkodzenie katastroficzne* (nagłe), zwany też *całkowitym*. Urządzenie zostaje wówczas wyłączone z pracy natychmiastowo w sposób automatyczny lub w wyniku interwencji obsługi. Przykładem takiego uszkodzenia może być np. przebicie izolacji elektrycznej, czy zerwanie przewodów linii elektrycznej. Drugim typem



uszkodzenia jest *uszkodzenie parametryczne* (stopniowe), zwane również uszkodzeniem *częściowym*. Urządzenie nie spełnia wówczas wymagań, lecz może wykonywać swoje zadanie w ograniczonym zakresie lub z gorszymi parametrami. Przykładem uszkodzenia parametrycznego może być np. częściowe zmniejszenie się rezystancji izolacji, doziemienie jednej fazy w układach elektrycznych z izolowanym punktem zerowym.

- *Odnowa* to przejście ze stanu niezdatności ruchowej obiektu do stanu zdatności. Określenie to jest związane również z zagadnieniami wymiany urządzeń.
- *Obiekty odnawialne (naprawialne)* to na ogół urządzenia składające się z wielu elementów. Wymiana pojedynczego elementu uszkodzonego przywraca pełną zdolność ruchową obiektu. Obiektem odnawialnym jest np. linia przesyłowa. Obiekt odnawialny definiuje się jako taki, dla którego przejście ze stanu uszkodzenia do stanu zdolności ruchowej jest możliwe i gospodarczo uzasadnione za pomocą działania zewnętrznego.
- *Obiekt nieodnawialny (nienaprawialny)* to jako taki, dla którego przejście ze stanu uszkodzenia do stanu zdolności ruchowej jest niemożliwe i gospodarczo nieuzasadnione za pomocą działania zewnętrznego.
- *Czas odnowy* jest to czas mierzony od chwili wystąpienia (wykrycia) niezdatności obiektu do jego ponownego uruchomienia w przypadku dokonania jego naprawy w miejscu pracy lub czas od wystąpienia niezdatności do wymiany na obiekt nowy (po odnowie w zakładzie remontowym).
- *Czas naprawy* jest to czas liczony od chwili demontażu obiektu uszkodzonego do chwili zakończenia jego naprawy w odpowiednim zakładzie remontowym. Czas naprawy jest zwykle krótszy od czasu odnowy dla obiektów naprawianych w miejscu zainstalowania, gdyż dochodzą dodatkowe czasy przygotowania naprawy i dopuszczenia obiektu do ruchu po naprawie. Czas naprawy obiektu naprawianego w zakładzie remontowym jest wielokrotnie dłuższy od czasu odnowy.
- *Czas niezdatności układu* jest to czas od chwili zaniku napięcia do chwili jego pełnej odbudowy, a więc odpowiada przerwie w zasilaniu. Czas niezdatności układu jest zwykle krótszy od czasu odnowy, gdyż w systemach elektroenergetycznych istnieje rezerwa, która włączana przez układy



automatyki lub przez obsługę znacznie skraca czas niezdatności układu w stosunku do czasu odnowy obiektu.

- *Ciągłość zasilania energią elektryczną* jest to stan odpowiadający normalnemu zasilaniu odbiorcy lub odbiorców, którego miarą jest względny czas tego stanu:

$$p_z = \frac{T_z}{T} \quad (1)$$

przy czym:

T_z – łączny czas trwania zasilania w przedziale czasu T ,
 T – długość analizowanego przedziału czasu.

- *Nieciągłość zasilania* to stan braku dostawy energii elektrycznej, miarą tego stanu jest:

$$q_z = \frac{T_p}{T} = \frac{T - T_z}{T} \quad (2)$$

przy czym:

T_p – łączny czas trwania przerw w zasilaniu w przedziale czasu T .

- *Zdatność do pracy* to stan elementu, w którym jest on zdolny pełnić zadane funkcje przy zachowaniu parametrów, ustalonych odpowiednimi wymaganiami.
- *Niezdatność* to stan elementu, w którym nie spełnia on chociażby jednego ze stawianych wymagań.
- *Bezawaryjność* jest to właściwość elementu polegająca na zachowaniu zdatności do pracy przez zadany przedział czasu bez wymuszonych przerw.
- *Zdolność naprawcza* to właściwość elementu polegająca na jego przystosowaniu do zapobiegania, ujawnienia i usunięcia uszkodzeń i wad przez obsługę.
- *Usunięcie uszkodzenia* to przywrócenie zdatności do pracy.
- *Intensywność uszkodzeń* to prawdopodobieństwo uszkodzenia elementu nienaprawialnego, w jednostce czasu, począwszy od danej chwili pod warunkiem, że do tej chwili uszkodzenie nie powstało.

2. Przykładowe zadania wraz z rozwiązaniami

Zadanie 1. Wykonano badania niezawodnościowe partii 1000 sztuk izolatorów. Po czasie 3000 godzin uszkodzeniu uległo 80 izolatorów. Jakie jest prawdopodobieństwo poprawnej pracy i prawdopodobieństwo uszkodzenia izolatora po czasie 3000 godzin?



WZORY:

Prawdopodobieństwo poprawnej pracy:

$$R^*(t) = \frac{m(t)}{N_o} = \frac{N_o - n(t)}{N_o} \quad (3)$$

Prawdopodobieństwo uszkodzenia:

$$F^*(t) = \frac{n(t)}{N_o} = 1 - R^*(t) \quad (4)$$

$$R^*(t) + F^*(t) = 1 \quad (5)$$

gdzie:

R – prawdopodobieństwo poprawnej pracy obiektów po czasie t ,

F – prawdopodobieństwo błędnej pracy obiektów po chwili t ,

$m(t)$ – ilość elementów zdalnych po czasie t ,

N_o – początkowa populacja jaką badamy – ilość obiektów uczestniczących w badaniach (liczność próby),

$n(t)$ – liczba elementów uszkodzonych do chwili czasu t – ilość uszkodzonych obiektów w czasie t ,

t – czas trwania badania.

ROZWIĄZANIE:

Dane:

$$N_o = 1000 \text{ szt.}$$

$$t = 3000 \text{ h}$$

$$n(t) = n(3000) = 80 \text{ szt.}$$

Obliczenia:

$$R^*(3000) = \frac{1000 - 80}{1000} = 0,92 \quad (6)$$

$$F^*(3000) = \frac{80}{1000} = 0,08 \quad (7)$$



Odpowiedź: Prawdopodobieństwo poprawnej pracy izolatorów po czasie 3000 godzin wynosi 0,92, a prawdopodobieństwo uszkodzenia izolatorów po czasie 3000 godzin wynosi 0,08.

Zadanie 2. Na 1000 sztuk izolatorów po czasie 3000 godzin uszkodzeniu uległo 80 izolatorów, natomiast w przedziale czasu od 3000 do 4000 godzin uszkodziło się dodatkowo 50 sztuk. Określić częstość i intensywność uszkodzeń w danym przedziale czasu.

WZORY:

Częstość uszkodzeń:

$$f^* \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t} \quad (8)$$

Intensywność uszkodzeń:

$$\lambda^* \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{n(\Delta t)}{m \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \cdot \Delta t} \quad (9)$$

Średnia ilość poprawnie pracujących obiektów w przedziale czasu Δt :

$$m \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{m(t) + m(t + \Delta t)}{2} \quad (10)$$

gdzie:

$m(t)$ – liczba sprawnych elementów na początku przedziału czasowego; ilość poprawnie pracujących obiektów w czasie t ,

$m \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right)$ – liczba sprawnych elementów na końcu.

ROZWIĄZANIE:

Dane:

$$N_0 = 1000 \text{ szt.}$$

$$t = 3000 \text{ h}$$

$$n(t) = n(3000) = 80 \text{ szt.}$$

$$n(\Delta t) = n(1000) = 50 \text{ szt.}$$

Obliczenia:



$$\Delta t = 4000 - 3000 = 1000 [h] \quad (11)$$

$$f^*(3500) = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5,00 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{h} \right] \quad (12)$$

$$m(3500) = \frac{(1000 - 80) + (1000 - 80 - 50)}{2} = 895 [szt.] \quad (13)$$

$$\lambda^*(3500) = \frac{50}{895 \cdot 1000} = 5,59 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{h} \right] \quad (14)$$

Odpowiedź: Częstość uszkodzeń wynosi $5,00 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{h} \right]$, a intensywność uszkodzeń $5,59 \cdot 10^{-5} \left[\frac{1}{h} \right]$.

Zadanie 3. Przeprowadzono badania niezawodnościowe okresu trwania awarii linii napowietrznych 15 kV. Otrzymane wyniki zawarto w tabeli 1. Wyznacz wartość średnią czasu trwania awarii, odchylenie standardowe i przedział ufności dla średniej przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

Tabela 1. Dane do zadania i wyniki rozwiązania.

Dane:		ROZWIĄZANIE:	
t_{a_i}	n_i	t_{as_i}	$t_{as_i} \cdot n_i$
(0;5>	13	2,5	32,5
(5;10>	6	7,5	45,0
(10;15>	8	12,5	100,0
(15;20>	4	17,5	70,0
(20;25>	4	22,5	90,0
(25;30>	2	27,5	55,0
(30;35>	3	32,5	97,5
(35;40>	2	37,5	75
(40;45>	3	42,5	127,5
(45;50>	0	47,5	0,0
(50;55>	0	52,5	0,0
(55;60>	0	57,5	0,0
(60;65>	0	62,5	0,0
(65;70>	0	67,5	0,0
(70;75>	1	72,5	72,5
(75;80>	0	77,5	0,0
(80;85>	1	82,5	82,5
	$n = 47$		

gdzie:

t_{a_i} – czas trwania awarii,

n_i – liczba awarii w danym przedziale czasu,

t_{as_i} – średnia wartość przedziału,



$t_{asi} \cdot n_i$ – średni czas awarii ogółem w danym przedziale,
 n – liczba obserwacji (w zadaniu: ilość przerw ogółem),
 α – parametr wyznaczający tolerowane ryzyko popełnienia błędu podczas
oceny statystycznej.

WZORY:**Średni czas trwania awarii:**

$$\bar{t}_a = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} t_{ai} \quad (15)$$

Odchylenie standardowe:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} (t_{ai} - \bar{t}_a)^2} \quad (16)$$

Przedział ufności:

$$P = \left(\bar{t}_a - U_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < m < \bar{t}_a + U_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha \quad (17)$$

ROZWIĄZANIE:**Obliczenia:**

$$\bar{t}_a = \frac{1}{47} \cdot (32,5 + 45,0 + 100,0 + 70,0 + 90,0 + 550 + 97,5 + 75,0 + 127,5 + 72,5 + 82,5) = 18,03[h] \quad (18)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{47} \cdot (2,5 - 18,03)^2 \cdot 13 + (7,5 - 18,03)^2 \cdot 6 + (12,5 - 18,03)^2 \cdot 8 + (17,5 - 18,03)^2 \cdot 4 + (22,5 - 18,03)^2 \cdot 4 + (27,5 - 18,03)^2 \cdot 2 + (32,5 - 18,03)^2 \cdot 3 + (37,5 - 18,03)^2 \cdot 2 + (42,5 - 18,03)^2 \cdot 3 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + (72,5 - 18,03)^2 \cdot 1 + 0 + (82,5 - 18,03)^2 \cdot 1} = 17,63[h] \quad (19)$$

$$18,03 - 1,96 \cdot \frac{17,63}{\sqrt{47}} < t_a < 18,03 + 1,96 \cdot \frac{17,63}{\sqrt{47}} \quad (20)$$

$$12,99[h] < t_a < 23,07[h] \quad (21)$$



gdzie:

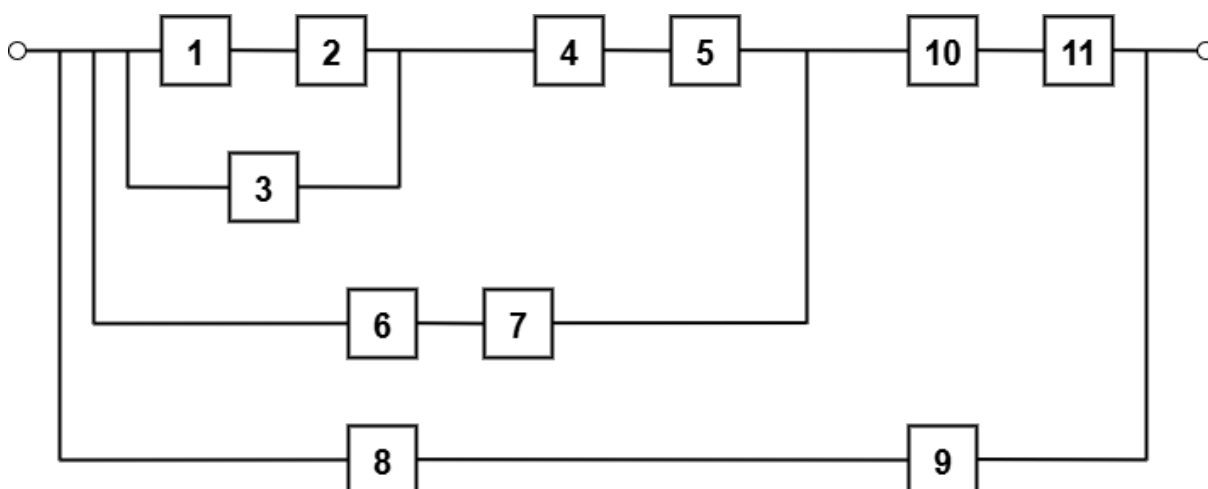
U_{α} odczytano dla $\alpha = 0,05$ z tablicy granicznego rozkładu normalnego.

Odpowiedź: Wartość średnia czasu trwania awarii wynosi 18,03 h, odchylenie standardowe 17,63 h, a przedział ufności dla średniej to (12,99; 23,07)h.

Zadanie 4. Wyznacz wypadkowy współczynnik zawodności q_w i wypadkowy współczynnik niezawodności p_w układu zawartego na rysunku 1., a także oczekiwany roczny czas trwania awarii, jeżeli wskaźniki niezawodnościowe poszczególnych elementów wynoszą:

- $q_1 = 0,002$,
- $\bar{t}_{a2} = 8,5h$,
- $\bar{\lambda}_{a2} = 6,8 \frac{1}{a}$,
- $p_3 = 0,989$,
- $p_4 = 0,993$,
- $q_5 = 0,0001$,
- $\bar{t}_{a6} = 4,3h$,
- $\bar{\lambda}_{a6} = 16,8 \frac{1}{a}$,
- $p_7 = 0,993$,
- $p_8 = 0,899$,
- $q_9 = 0,002$,
- $q_{10} = 0,019$,
- $\bar{t}_{a11} = 8,0h$,
- $\bar{\lambda}_{a11} = 0,3 \frac{1}{a}$.

[Tekst alternatywny: Schemat blokowy przedstawia 11 połączonych bloków (prostokątów) z numerami od 1 do 11, z wieloma odgałęzieniami poziomymi i pionowymi, obrazującymi złożony przepływ energii pomiędzy nimi.]

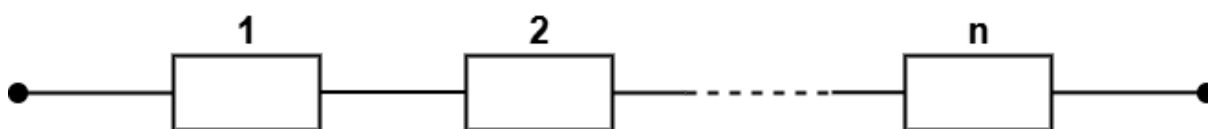


Rysunek 1. Rysunek pomocniczy do zadania – schemat blokowy o strukturze szeregowo-równoległej.

TEORIA:

Struktura szeregowa

[Tekst alternatywny: Schemat blokowy przedstawia szeregowo ułożone prostokątne bloki, oznaczone numerami 1, 2 oraz n, połączone jedną linią od lewego wejścia do prawego wyjścia, symbolizujące liniowy przepływ energii przez kolejne etapy.]



Rysunek 2. Schemat blokowy o strukturze szeregowej.

System ma strukturę szeregową w sensie niezawodności, jeśli uszkodzenie jakiegokolwiek jego elementu powoduje uszkodzenie całego systemu.

Wypadkowy współczynnik zawodności układu:

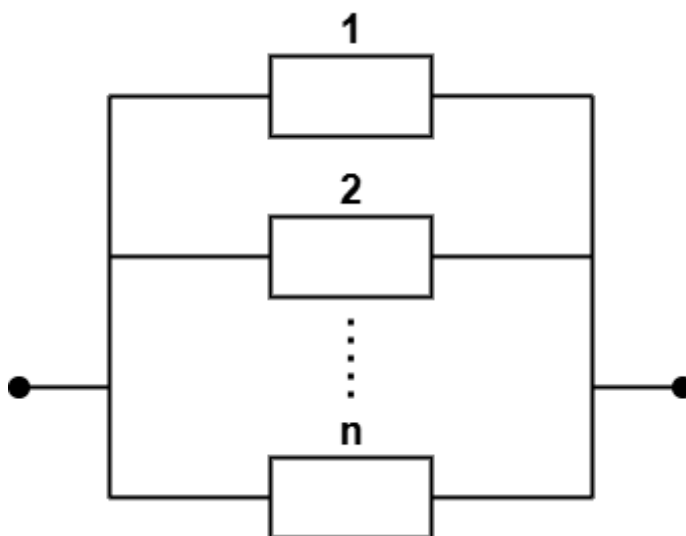
$$q_w = \sum_{i=1}^{i=n} q_i \quad (22)$$

Wypadkowy współczynnik niezawodności układu:

$$p_w = 1 - q_w \quad (23)$$

Struktura równoległa

[Tekst alternatywny: Schemat blokowy przedstawia kilka prostokątnych bloków (ponumerowanych: 1, 2, ..., n) ułożonych równolegle, każdy połączony osobnymi poziomymi liniami między lewym wejściem a prawym wyjściem, obrazując równoległy przepływ energii.]



Rysunek 3. Schemat blokowy o strukturze równoległej.

System ma strukturę równoległą w sensie niezawodności, jeśli jest on zdatny do wykonania swoich zadań, gdy przynajmniej jeden jego element jest zdatny.

Wypadkowy współczynnik zawodności układu:

$$q_w = \prod_{i=1}^{i=n} q_i \quad (24)$$

Wypadkowy współczynnik niezawodności układu:

$$p_w = 1 - q_w \quad (25)$$



WZORY:

Współczynnik niezawodności obiektu:

$$p = \frac{T_p}{T_p + T_a} \quad (26)$$

gdzie:

T_p – sumaryczny czas pracy obiektu [h],

T_a – sumaryczny czas trwania awarii obiektu [h].

Współczynnik zawodności obiektu:

$$q = \frac{T_a}{T_p + T_a} \quad (27)$$

oraz:

$$q = \frac{\bar{\lambda}_a \cdot \bar{t}_a}{T_r} \quad (28)$$

gdzie:

$\bar{\lambda}_a$ – roczna intensywność uszkodzeń $\left[\frac{1}{a}\right]$,

$\bar{t}_a$ – średni czas odnowy [h],

T_r – czas trwania roku [h].

$$p + q = 1 \quad (29)$$

Roczny czas trwania awarii:

$$T_{aw} = q_w \cdot T_r \quad (30)$$

gdzie:

q_w – wypadkowy współczynnik zawodności.

ROZWIĄZANIE:

KROK 1.:

$$q_2 = \frac{\bar{t}_{a2} \cdot \bar{\lambda}_{a2}}{T_r} \quad (31)$$



$$q_2 = \frac{8,5 \cdot 6,8}{8760} = 6,60 \cdot 10^{-3} = 0,0066 \quad (32)$$

$$q_3 = 1 - p_3 \quad (33)$$

$$q_3 = 1 - 0,989 = 0,011 \quad (34)$$

$$q_4 = 1 - p_4 \quad (35)$$

$$q_4 = 1 - 0,993 = 0,007 \quad (36)$$

$$q_6 = \frac{\bar{t}_{a6} \cdot \bar{\lambda}_{a6}}{T_r} \quad (37)$$

$$q_6 = \frac{16,8 \cdot 4,3}{8760} = 8,25 \cdot 10^{-3} = 0,0082 \quad (38)$$

$$q_7 = 1 - p_7 \quad (39)$$

$$q_7 = 1 - 0,993 = 0,007 \quad (40)$$

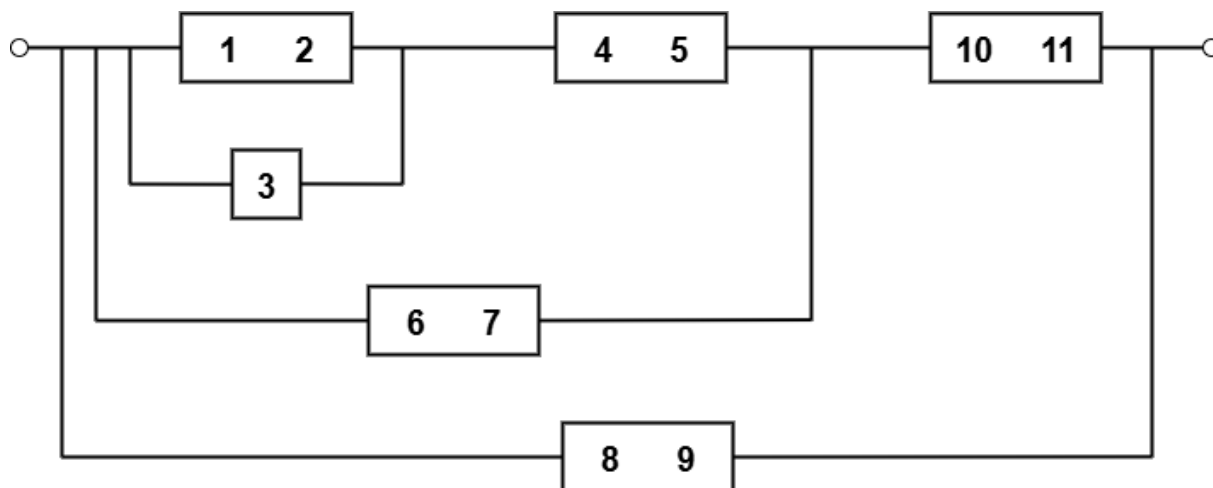
$$q_8 = 1 - p_8 \quad (41)$$

$$q_8 = 1 - 0,899 = 0,101 \quad (42)$$

$$q_{11} = \frac{\bar{t}_{a11} \cdot \bar{\lambda}_{a11}}{T_r} \quad (43)$$

$$q_{11} = \frac{0,3 \cdot 8,0}{8760} = 2,74 \cdot 10^{-4} = 0,00027 \quad (44)$$

KROK 2.:



Rysunek 4. Rysunek pomocniczy do zadania.

$$q_{12} = q_1 + q_2 \quad (45)$$

$$q_{12} = 0,002 + 0,0066 = 0,0086 \quad (46)$$

$$q_{45} = q_4 + q_5 \quad (47)$$

$$q_{45} = 0,007 + 0,0001 = 0,0071 \quad (48)$$

$$q_{67} = q_6 + q_7 \quad (49)$$

$$q_{67} = 0,0082 + 0,007 = 0,0152 \quad (50)$$

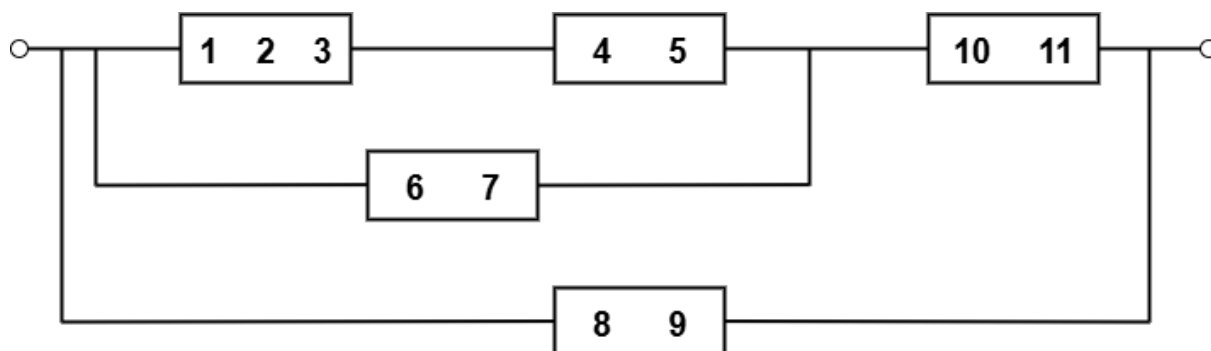
$$q_{89} = q_8 + q_9 \quad (51)$$

$$q_{89} = 0,101 + 0,002 = 0,103 \quad (52)$$

$$q_{1011} = q_{10} + q_{11} \quad (53)$$

$$q_{1011} = 0,019 + 0,00027 = 0,01927 \quad (54)$$

KROK 3.:

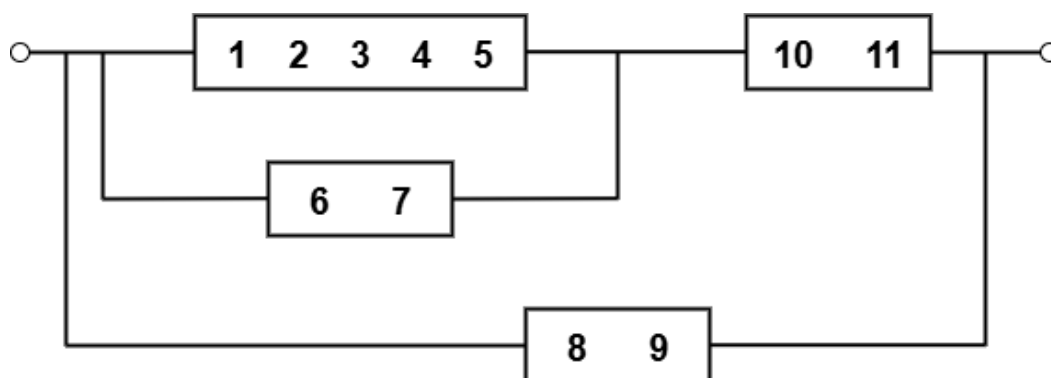


Rysunek 5. Rysunek pomocniczy do zadania.

$$q_{123} = q_{12} \cdot q_3 \quad (55)$$

$$q_{123} = 0,0086 \cdot 0,011 = 9,46 \cdot 10^{-5} \quad (56)$$

KROK 4.:

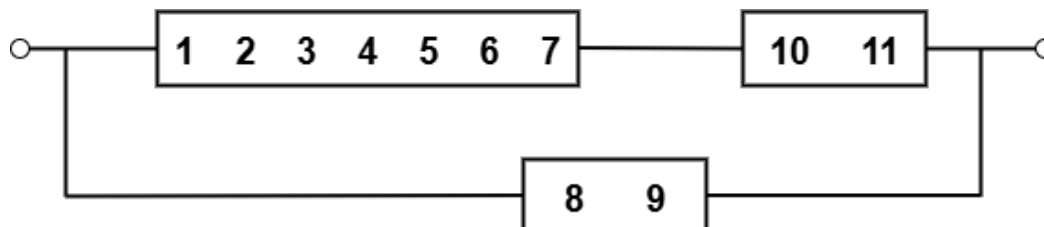


Rysunek 6. Rysunek pomocniczy do zadania.

$$q_{12345} = q_{123} + q_{45} \quad (57)$$

$$q_{12345} = 9,46 \cdot 10^{-5} + 0,0071 = 9,46 \cdot 10^{-5} + 710 \cdot 10^{-5} = 719,46 \cdot 10^{-5} \quad (58)$$

KROK 5.:

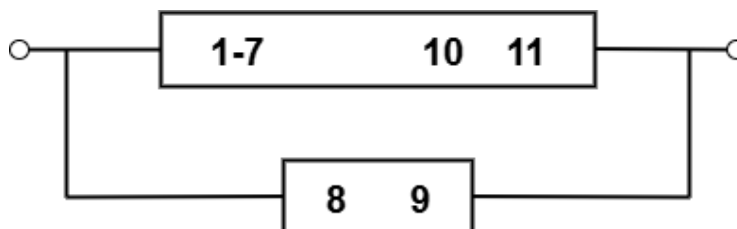


Rysunek 7. Rysunek pomocniczy do zadania.

$$q_{1234567} = q_{12345} \cdot q_{67} \quad (59)$$

$$q_{1234567} = 719,46 \cdot 10^{-5} \cdot 0,0152 = 1,09 \cdot 10^{-4} \quad (60)$$

KROK 6.:

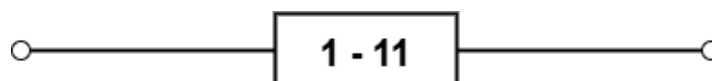


Rysunek 8. Rysunek pomocniczy do zadania.

$$q_{12345671011} = q_{1234567} + q_{1011} \quad (61)$$

$$q_{12345671011} = 1,09 \cdot 10^{-4} + 0,01927 = 0,019379 \quad (62)$$

KROK 7.:



Rysunek 9. Rysunek pomocniczy do zadania.

$$q_{1-11} = q_w = q_{12345671011} \cdot q_{89} \quad (63)$$



$$q_{1-11} = q_w = 0,019379 \cdot 0,103 = 1,996 \cdot 10^{-3} \quad (64)$$

$$p_w = 1 - q_w \quad (65)$$

$$p_w = 1 - 1,996 \cdot 10^{-3} = 0,998 \quad (66)$$

$$T_a = q_w \cdot T_r \quad (67)$$

$$T_a = 1,996 \cdot 10^{-3} \cdot 8760 = 17,48[h] \quad (68)$$

Zadanie 5. Przeprowadzono badania czasu trwania awarii obiektu elektroenergetycznego. Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę za pomocą a) testu znaków oraz b) testu λ Kołmogorowa, że rozkład czasu trwania awarii jest rozkładem wykładniczym.

Tabela 2. Dane do obliczeń.

$t_{ai}[h]$	$n_i [szt.]$
0-2	83
2-4	59
4-6	44
6-8	35
8-10	25
10-12	18
12-14	14
14-16	13
16-18	9
18-20	1
	$n = 301$

gdzie:

t_{ai} – przedział czasu,

n_i – liczba awarii, które wystąpiły w danym przedziale czasu,

n – suma, ilość awarii ogółem.

**WZORY:****Empiryczna funkcja dystrybuanty:**

$$F_{ni}(t) = \frac{n_{SKi}}{n} \quad (69)$$

gdzie:

 n_{SKi} – uszkodzenia, które zostały usunięte:

$$n_{SKi} = \sum_{i=1}^{i=n} n_i \quad (70)$$

gdzie:

 n_i – liczba awarii, które wystąpiły w danym przedziale czasu.**Dystrybuanta teoretyczna rozkładu wykładniczego:**

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda \cdot t} \quad (71)$$

gdzie:

 t – wartość końca analizowanego przedziału, λ – parametr służący do obliczania wartości statystyki testowej:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{t}_a} \quad (72)$$

gdzie:

 $\bar{t}_a$ – średni czas trwania awarii:

$$\bar{t}_a = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} (t_a^0 \cdot n_i) \quad (72)$$

**ROZWIĄZANIE:**

Tabela 3. Tabela pomocnicza do zadania.

Dane:		Wyniki obliczeń:				
$t_{ai}[h]$	$n_i [szt.]$	t_a^0	$t_a^0 \cdot n_i$	n_{SKi}	$F_{ni}(t)$	$F(t)$
0-2	83	1	83	83	0,28	0,30
2-4	59	3	177	142	0,47	0,51
4-6	44	5	220	186	0,62	0,66
6-8	35	7	245	221	0,73	0,76
8-10	25	9	225	246	0,82	0,83
10-12	18	11	198	264	0,88	0,88
12-14	14	13	182	278	0,92	0,92
14-16	13	15	195	291	0,97	0,94
16-18	9	17	153	300	0,99	0,96
18-20	1	19	19	301	1,00	0,97
	$n = 301$		$\Sigma = 1697$			

gdzie:

 t_a^0 – środek przedziału czasu, $t_a^0 \cdot n_i$ – średni czas trwania awarii ogółem w danym przedziale czasu.**Przykładowe obliczenia dla wiersza 1.:**

$$t_a^0 \cdot n_1 = 1 \cdot 83 = 83 \quad (73)$$

$$n_{SK1} = 83 \quad (74)$$

$$F_{n1}(t) = \frac{83}{301} = 0,28 \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \bar{t}_a &= \frac{1}{301} \cdot (83 + 177 + 220 + 245 + 225 + 198 + 182 + 195 + 153 + 19) = \\ &= \frac{1}{301} \cdot 1697 = 5,64[h] \end{aligned} \quad (76)$$

$$\lambda = \frac{1}{5,64} = 0,18 \left[\frac{1}{h} \right] \quad (77)$$

$$F(t) = 1 - e^{-18 \cdot 2} = 0,30 \quad (78)$$



$$|F_{n1}(t) - F(t)| = |0,28 - 0,30| = 0,02 \quad (78)$$

Przykładowe obliczenia dla wiersza 2.:

$$t_a^0 \cdot n_1 = 3 \cdot 59 = 177 \quad (73)$$

$$n_{SK2} = 83 + 59 = 142 \quad (74)$$

$$F_{n2}(t) = \frac{142}{301} = 0,47 \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \bar{t}_a &= \frac{1}{301} \cdot (83 + 177 + 220 + 245 + 225 + 198 + 182 + 195 + 153 + 19) = \\ &= \frac{1}{301} \cdot 1697 = 5,64[h] \end{aligned} \quad (76)$$

$$\lambda = \frac{1}{5,64} = 0,18 \left[\frac{1}{h} \right] \quad (77)$$

$$F(t) = 1 - e^{-18 \cdot 4} = 0,51 \quad (78)$$

$$|F_{n2}(t) - F(t)| = |0,47 - 0,51| = 0,04 \quad (79)$$

a) TEST ZNAKÓW:

- To nieparametryczny test statystyczny wykorzystywany do porównywania dwóch grup zależnych (skorelowanych) pod względem zmiennej ze skali porządkowej.
- Test weryfikujący równość/identyczność danych dla zmiennych ewidentnie zależnych.
- Polega na otrzymaniu znaku plus lub minus (lub zera) różnicy pomiędzy parami wyników porównywanych zmiennych. Liczba plusów i minusów jest zliczana i porównywana z wartością teoretyczną, gdzie liczba znaków plus podlega rozkładowi dwumianowemu z parametrem (n – liczba zer) oraz prawdopodobieństwem równym 0,05.

WZORY:

$n^+ =$ (liczba znaków „plus”)

$n^- =$ (liczba znaków „minus”)

$n_c =$ (liczba całkowita, liczba wszystkich znaków, bez zer)



n_α – liczba obserwacji, które są brane pod uwagę przy określonym poziomie istotności α i które zostają po odrzuceniu obserwacji równych (tych bez znaku). Na podstawie n_α i liczby znaków oblicza się statystykę testową do weryfikacji hipotezy zerowej przy poziomie α .

Warunek akceptacji hipotezy:

$$\min(n^+, n^-) > n_\alpha \quad (80)$$

ROZWIĄZANIE:

Tabela 4. Tabela pomocnicza do zadania.

Dane:		Wyniki obliczeń:		
$t_{ai}[h]$	$n_i [szt.]$	$ F_{ni}(t) - F(t) $	ZNAK	
0-2	83	0,02	-	-
2-4	59	0,04	-	-
4-6	44	0,04	-	-
6-8	35	0,03	-	-
8-10	25	0,01	-	-
10-12	18	0,00	0	0
12-14	14	0,00	0	0
14-16	13	0,03	+	+
16-18	9	0,03	+	+
18-20	1	0,03	+	+

$$n^+ = 3$$

$$n^- = 5$$

$$n_c = 8$$

$n_\alpha = 0$ – wartość odczytana z tablicy rozkładu znaków zawartej na rysunku 10.

$$\min(3,5) > 0 \quad (81)$$

$$3 > 0 \quad (82)$$

Warunek spełniony.

Odpowiedź: Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do odrzucenia postawionej hipotezy.

[Tekst alternatywny: Tabela przedstawia krytyczne wartości testu znaków dla różnych rozmiarów próby (n) i poziomów istotności (α). Pozwala ocenić, czy liczba znaków dodatnich lub ujemnych jest statystycznie istotna w teście znaków. Tabela



przedstawia krytyczne wartości testu znaków dla różnych liczebności próby (n) i poziomów istotności alfa (0,01; 0,05; 0,1; 0,25). Używana do oceny istotności statystycznej liczby znaków (+/-) w analizie testu znaków.]

n	α				n	α				n	α				n	α			
	0,01	0,05	0,1	0,25		0,01	0,05	0,1	0,25		0,01	0,05	0,1	0,25		0,01	0,05	0,1	0,25
1					24	5	6	7	8	47	14	16	17	19	69	23	25	27	29
2					25	5	7	7	9	48	14	16	17	19	70	23	26	27	29
3			0		26	6	7	8	9	49	15	17	18	19	71	24	26	28	30
3			0		27	6	7	8	10	50	15	17	18	20	72	24	27	28	30
5		0	0		26	6	8	9	10	51	15	18	19	20	73	25	27	28	31
5		0	0	1	28	7	8	9	10	52	16	18	19	21	75	25	28	29	31
7		0	0	1	30	7	9	10	11	53	16	18	20	21	75	25	28	29	32
8	0	0	1	1	31	7	9	10	11	54	17	19	20	22	76	26	28	30	32
6	0	1	1	2	33	8	9	10	11	55	17	19	21	23	77	26	29	30	32
10	0	1	1	2	33	8	10	11	12	56	17	20	21	23	78	27	29	31	33
11	0	1	2	3	34	8	10	11	13	57	18	20	21	23	79	27	30	31	33
12	1	2	2	3	35	9	11	12	13	58	18	20	22	24	80	28	30	32	34
13	1	2	3	3	36	9	11	12	14	59	19	21	22	24	81	28	31	32	34
14	1	2	3	4	38	9	12	13	14	63	19	21	23	25	82	28	31	32	35
15	2	3	3	4	38	10	12	13	14	60	20	22	23	25	83	29	32	33	35
16	2	3	3	5	39	10	12	13	15	61	20	22	24	25	85	29	32	33	36
17	2	4	4	5	39	11	13	13	15	62	20	23	24	25	85	30	32	34	36
18	3	4	4	6	40	11	13	14	16	63	20	23	24	25	86	30	33	34	37
19	3	4	5	6	41	12	13	14	16	65	21	23	24	26	86	31	33	34	37
19	3	5	5	6	45	12	14	15	16	65	21	24	25	27	87	31	33	35	38
20	3	5	5	6	43	12	14	15	17	66	22	24	25	27	88	31	34	35	37
21	4	5	6	7	44	13	15	16	17	67	22	25	26	28	89	31	34	36	38
22	4	5	6	7	45	13	15	16	18	68	22	25	26	28	90	32	35	26	39
23	4	6	7	8	46	13	15	16	18										

Dla $n > 90$ przybliżoną wartością r jest największa liczba całkowita mniejsza niż $\frac{1}{2}(n-1) - k$, $n+1$, gdzie k odpowiednio dla $\alpha = 0,01$ 0,05 0,10 0,25 jest równe 1 2870, 0,9800 0,8224, 0,5252.
a r ast=40 plecucy rdodorage ally po,j=9952,48 zy deja dolty.

Rysunek 10. Rozkład liczby znaków.

b) TEST KOŁMOGOROWA-SMIRNOWA

- Test nieparametryczny wykorzystywany do porównywania rozkładów jednowymiarowych cech statystycznych. Istnieją dwie główne wersje tego testu – dla jednej próby i dla dwóch prób.
- Dla jeden próby, zwany też testem zgodności **λ KOŁMOGOROWA**, sprawdza czy rozkład w populacji dla pewnej zmiennej losowej różni się od założonego rozkładu teoretycznego, gdy znana jest jedynie pewna skończona liczba obserwacji tej zmiennej.

WZORY:

Wartość graniczna rozkładu Kołmogorowa-Smirnowa:

$$\lambda' = D \cdot \sqrt{n} \quad (83)$$

Statystyka testowa (maksymalna różnica między dystrybuantą empiryczną i dystrybuantą teoretyczną):



$$D = \sup |F_{ni}(t) - F(t)| \quad (84)$$

Warunek akceptacji hipotezy:

$$\lambda' < \lambda_\alpha \quad (85)$$

gdzie:

λ_α – dopuszczalna wartość graniczna. Odczytana z rozkładu granicznego λ Kołmogorowa.

ROZWIĄZANIE:

Tabela 5. Tabela pomocnicza do zadania.

Dane:		Wyniki obliczeń:
$t_{ai}[h]$	$n_i [szt.]$	$ F_{ni}(t) - F(t) $
0-2	83	0,02
2-4	59	0,04
4-6	44	0,04
6-8	35	0,03
8-10	25	0,01
10-12	18	0,00
12-14	14	0,00
14-16	13	0,03
16-18	9	0,03
18-20	1	0,03

$$D = 0,04 \quad (86)$$

$$\lambda' = 0,04 \cdot \sqrt{301} = 0,69 \quad (87)$$

$$0,69 < 1,358 \quad (88)$$

Warunek spełniony.

Odpowiedź: Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ nie ma podstaw do odrzucenia postawionej hipotezy.



3. Literatura

1. Chojnacki A.Ł., Chojnacka K.J.: Niezawodność elektroenergetycznych sieci dystrybucyjnych. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 2018, PL ISSN 1897-2691, PL ISBN 978-83 65719-28-7
2. Chojnacki A.Ł.: Analiza niezawodności eksploatacyjnej elektroenergetycznych sieci dystrybucyjnych. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach, 2013 ISSN 1897-2691
3. Firkowicz Sz. Statystyczne badanie wyrobów. WNT, Warszawa 1970.
4. Kowalski Z.: Niezawodność zasilania odbiorców energii elektrycznej. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1992.
5. Laudyn D.: Rachunek ekonomiczny w elektroenergetyce. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1996.
6. Maksymiuk J.: Niezawodność maszyn i urządzeń elektrycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
7. Migdalski J. red., Inżynieria niezawodności – poradnik, ATR Bydgoszcz i Zetom Warszawa, 1992.
8. Migdalski J. red.: Poradnik niezawodności, Podstawy matematyczne. Wydawnictwo Przemysłu Maszynowego „WEMA”, Warszawa, 1982
9. Paska J.: Niezawodność systemów elektroenergetycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
10. Sozański J.: Niezawodność i jakość pracy systemu elektroenergetycznego. WNT, Warszawa 1990.
11. Sozański J.: Niezawodność urządzeń i układów elektroenergetycznych. PWN, Warszawa 1974.
12. Sozański J.: Niezawodność zasilania energią elektryczną. WNT, Warszawa 1982.
13. Uklański A., Niezawodność w elektroenergetyce, Biuletyn Informacyjny Instytutu Techniki Ciepłej Politechniki Warszawskiej, Nr 63, Warszawa 1983.