



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Świętokrzyska
Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn

Kierunek studiów:
mechanika i budowa maszyn

Paweł Zmarzły

Materiały dydaktyczne do przedmiotu

PODSTAWY METROLOGII

opracowane w ramach realizacji Projektu
**„Dostosowanie kształcenia
w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb
współczesnej gospodarki”**
FERS.01.05-IP.08-0234/23

Kielce, 2025



Politechnika Świętokrzyska
Kielce University of Technology

*Projekt „Dostosowanie kształcenia w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb współczesnej gospodarki”
nr FERS.01.05-IP.08-0234/23*



Spis treści

1. Wprowadzenie.....	2
2. Niepewność pomiaru	3
2.1. Przewodnik wyrażenia niepewności pomiaru	3
2.2. Podstawowe pojęcia	5
2.3. Źródła niepewności pomiarowej	7
2.4. Metody wyznaczania niepewności standardowej	9
2.5. Złożona niepewność standardowa	13
2.6. Niepewność rozszerzona	13
3. Ewolucja przyrządów suwmiarkowych.....	14
LITERATURA.....	19



Utwór objęty licencją Creative Commons BY 4.0.

Licencja dostępna pod adresem: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>





1. Wprowadzenie

Według „Międzynarodowego słownika metrologii. Pojęcia podstawowe i ogólne oraz terminy z nimi związane (VIM)”, metrologię określamy jako naukę o pomiarach i ich zastosowaniach, która obejmuje wszystkie zagadnienia teoretyczne i praktyczne pomiaru, bez względu na niepewność pomiaru i obszaru zastosowań (GUM 2015; PKN-ISO/IEC Guide 99 2010). Widzimy zatem, że metrologia jest nauką interdyscyplinarną, obejmującą wiele dziedzin życia codziennego.

Nieodzownym aspektem metrologii praktycznej są techniki pomiarowe stosowane w procesach wytwarzania (Andreev 2022). Intensywny rozwój przemysłu stawia wysokie wymagania w stosunku do jakości wytwarzanych części maszyn. Obecnie przemysł wytwórczy dąży do zwiększenia wydajności produkcyjnej, przy jednoczesnym zachowaniu produktów cechujących się satysfakcjonującą dokładnością wymiarowo-kształtową. Ponadto stałe zawężenia tolerancji wymiarowej oraz geometrycznej w obszarze budowy maszyn, wymaga zminimalizowania błędów pomiarowych (Adamczak 2023). Dzisiaj już wiadomo, że zastosowanie odpowiedniej procedury pomiarowej pozwala sprostać wymaganiom stawianym przez nowoczesny przemysł. Dynamiczny rozwój technik cyfrowych oraz sztucznej inteligencji pozwala na usprawnienie działania systemów pomiarowych, których dotychczasowe użycie było skomplikowane, mało wydajne i stosowane jedynie w nielicznych przypadkach (Zmarzły 2020).

Aktualnie notuje się trend zastępowania analogowych przyrządów pomiarowych ich cyfrowymi odpowiednikami. W większości przypadków przyrządy te wyposażone są w wyjścia danych, które pozwalają na przesyłanie wyników pomiarowych bezpośrednio do komputera. Ponadto algorytmy komputerowe pozwalają na zwiększenie dokładności pomiarowej oraz ułatwiają interpretację wyników pomiarowych (Adamczak, Zmarzły, and Stępień 2013). Obecnie trwająca era przemysłu 4.0 ma również istotny wpływ na rozwój metrologii i cyfrowych technik pomiarowych (de Groot and Schmidt 2021; Wieczorowski and Trojanowska 2023). W szczególności dotyczy to wprowadzania na masową skalę multisensorowych maszyn pomiarowych oraz przemysłowych tomografów komputerowych. Innowacyjne systemy pomiarowe pozwalają na pobieranie w czasie rzeczywistym dużych zbiorów danych pomiarowych, które następnie mogą być automatycznie analizowane przy użyciu metod sztucznej inteligencji. Nowoczesne linie produkcyjne wyposażone są w automatyczne systemy pomiarowe, które pozwalają bez ingerencji operatora dokonać oceny zgodności wybranych cech geometrycznych z założeniami projektowymi wytwarzanych produktów. Następnie można wprowadzić dane korygujące poszczególne parametry procesu wytwarzania, tak aby finalny produkt spełniał przyjęte założenia. Takie podejście minimalizuje koszty produkcji i zwiększa jej elastyczność.





Jednakże należy mieć to na uwadze, że zastosowanie nawet najdokładniejszego systemu pomiarowego nie sprawi, że wyniki pomiarowe będą pozbawione błędów. W związku powyższym, podając wynik pomiaru należy przedstawić informacje o jakości tego wyniku. Takie podejście wiązało się z koniecznością opracowania przejrzystej i powszechnie akceptowalnej procedury związanej z oceną jakości wyniku pomiaru tzw. procedury szacowania i wyrażania niepewności pomiaru. Terminologia, zasady obliczania oraz przedstawienia niepewności pomiarów zawarto w opracowanym w 1993 roku przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) przewodniku pod tytułem „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement” (JCGM 100 2008). Natomiast polska wersja przewodnika pt. „Wyrażanie niepewności pomiaru” została wydana w 1995 przez Główny Urząd Miar. Obecnie we współczesnej metrologii szacowanie niepewności pomiarów stanowi standardowe podejście dotyczące opracowania wyników pomiarowych. Podsumowując, zagadnienia związane z niepewnością pomiaru stanowią główną część danego opracowania.

2. Niepewność pomiaru

2.1. Przewodnik wyrażenia niepewności pomiaru

Pierwsze prace związane z opracowaniem wytycznych dotyczących szacowania niepewności pomiarowej rozpoczęły się w roku 1977, z inicjatywy Międzynarodowego Komitetu Miar. Po wielu pracach różnych organizacji międzynarodowych w roku 1993 opracowano pierwsze wydanie, które zostało ponowione w 1995 roku. Skorygowane wydanie z 1995 roku stało się podstawą do opracowania elektronicznej wersji przewodnika, upublicznionej na stronie internetowej BIPM (z fran. Bureau International des Poids et Mesures) Międzynarodowego Biura Wag i Miar (Fotowicz 2011) w 2008 roku. Stronę tytułową przewodnika wyrażania niepewności pomiarowej przedstawiono na rysunku 1.

[Tekst alternatywny. Strona tytułowa przewodnika wyrażenia niepewności pomiaru przedstawia tytuł dokumentu w języku polskim oraz angielskim oraz logo Międzynarodowego Biura Miar]





Rys. 1. Pierwsza strona przewodnika wyrażania niepewności pomiaru (JCGM 100 2008)

Przed pojawieniem się „Przewodnika wyrażania niepewności pomiaru” (z ang. „Guide to the expression of uncertainty in measurement”) ze względu na brak międzynarodowych wytycznych dotyczących szacowania niepewności pomiarów istniała pewna dowolność w analizie i interpretacji błędów składowych. Rozbieżności dotyczyły głównie sposoby sumowania błędów składowych oraz nieuwzględniania charakteru ich rozkładu (Jakubiec W. 2008). Wprowadzenie przewodnika GUM usystematyzowało powyższe wymienione niedogodności. Główne założenia „Przewodnika wyrażania niepewności pomiaru” to:

- przedstawienie pełnej informacji, reguł wyznaczenia i wyrażenia określenia niepewności pomiaru,
- opracowanie podstaw do międzynarodowego porównania wyników pomiarów (JCGM 100 2008),

Wytyczne przedstawione w „przewodniku wyrażania niepewności pomiarowej” są przeznaczone w szczególności do pomiarów realizowanych przy:

- wprowadzeniu, modyfikacji i przestrzeganiu zarządzeń i przepisów,
- utrzymywaniu kontroli jakości i zapewnieniu jakości w produkcji,
- rozwijaniu, utrzymywaniu i porównaniu wzorców międzynarodowych i państwowych z materiałami odniesienia włącznie.
- kalibracji wzorców oraz przyrządów pomiarowych (JCGM 100 2008).





2.2. Podstawowe pojęcia

- **Niepewność pomiaru** – parametr związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać menzurandowi. Niepewność pomiaru zawiera na ogół wiele składowych. Niektóre z nich można wyznaczyć na podstawie rozkładu statystycznego wyników szeregu pomiarów i scharakteryzować je odchyleniem standardowym eksperymentalnym. Inne składowe, które mogą być również charakteryzowane odchyleniami standardowymi, wyznacza się na podstawie rozkładów prawdopodobieństwa opartych na doświadczeniu lub na innych informacjach (JCGM 100 2008). Pojęcie „niepewność” ma charakter ilościowy.
 - **Pomiar** – zbiór operacji mających na celu wyznaczenie wartości wielkości.
 - **Wielkość (mierzalna)** – cecha zjawiska, ciała lub substancji, którą można wyróżnić jakościowo i wyznaczyć ilościowo np. długość, czas, masa, temperatura.
 - **Wartość (wielkości)** – wyrażenie ilościowe wielkości określonej na ogół w postaci iloczynu liczby i jednostki mary np. długość wzorca: 20 mm.
 - **Menzurand** – wielkość określona, stanowiąca przedmiot pomiaru.
- **Dokładność pomiaru** – stopień zgodności wyniku pomiaru z wartością prawdziwą menzurandu. Pojęcie „dokładność” ma charakter jakościowy.
- **Błąd pomiaru** – różnica między wynikiem pomiaru a wartością prawdziwą menzurandu. Zazwyczaj przyjmuje się, że błąd ma dwie składowe: składową przypadkową oraz składową systematyczną (JCGM 100 2008). W niektórych opracowaniach błąd pomiarowy interpretowany jest jako zmienna losowa, natomiast niepewność pomiaru jest parametrem rozkładu prawdopodobieństwa błędu (Świsulski and Golijanek-Jędrzejczyk 2017).
- **Błąd przypadkowy** – różnica między wynikiem pomiaru a średnią z nieskończonej liczby wyników pomiarów tego samego menzurandu, wykonanych w warunkach powtarzalności. Błąd przypadkowy przypuszczalnie wynika z nieprzewidywalnych czasowych i przestrzennych zmian wielkości wpływających. Czynniki wywołujące takie zmiany, powodują zmiany w wynikach powtarzanych obserwacji menzurandu. Ze względu na fakt występowania skończonej liczby pomiarów, błąd przypadkowy można jedynie oszacować.
- **Błąd systematyczny** – różnica między średnią z nieskończonej liczby pomiarów tego menzurandu, wykonanych w warunkach powtarzalności, a wartością





prawdziwą menzurandu. Błąd systematyczny, podobnie jak błąd przypadkowy, nie może być całkowicie wyeliminowany, ale często może być zredukowany. Jeżeli błąd systematyczny powstaje w skutek rozpoznanego działania wielkości wpływającej na wynik pomiaru to wynik tego działania może być określony ilościowo. Jeśli jest on znaczny w porównaniu z wymaganą dokładnością pomiaru, to aby jego wpływ skompensować, wprowadza się addytywnie poprawkę lub multiplikowanie współczynnik poprawkowy (JCGM 100 2008).

- **Poprawka** – wartość dodana algebraicznie do surowego wyniku pomiaru w celu skompensowania błędu systematycznego. Poprawka jest równa wartości oszacowanego błędu systematycznego ze znakiem przeciwnym.
 - **Współczynnik poprawkowy** – współczynnik liczbowy, przez który należy pomnożyć surowy wynik pomiaru, aby skompensować błąd systematyczny.
- **Błąd nadmierny (gruby)** – błąd powstający na skutek niepoprawnego wykonania pomiaru. Wyniki pomiarów obciążone błędem nadmiernym należy odrzucić.
 - **Niepewność standardowa $u(x_i)$** – niepewność wyniku pomiaru wyrażona w formie odchylenia standardowego (JCGM 100 2008).
 - **Niepewność standardowa złożona $u_c(y)$** – niepewność standardowa wyniku pomiaru określana, gdy wynik też jest otrzymany z wartości pewnej liczby innych wielkości, równa pierwiastkowi kwadratowemu z sumy wyrazów, będących wariancjami lub kowariancjami tych innych wielkości z wagami zależnymi od tego, jak wynik pomiaru zmienia się wraz ze zmianami tych wielkości (JCGM 100 2008).
 - **Niepewność rozszerzona U** – zwana również niepewnością całkowitą. Wielkość definiująca przedział wokół wyniku pomiaru, od którego oczekuje się, że obejmuje on dużą część rozkładu wartości, które w uzasadniony sposób można przypisać menzurandowi. Aby z przedziałem wyznaczonym przez niepewność rozszerzoną powiązać pewien poziom ufności, trzeba jawnie lub domyślnie założyć rozkład prawdopodobieństwa określony przez wynik pomiaru i jego niepewność standardową złożoną. Poziom ufności przypisany do tego przedziału może być wyznaczony tylko do tego stopnia, do jakiego te założenia są uzasadnione (JCGM 100 2008).
 - **Współczynnik rozszerzenia** – współczynnik liczbowy zastosowany jako mnożnik niepewności standardowej złożonej w celu otrzymania niepewności



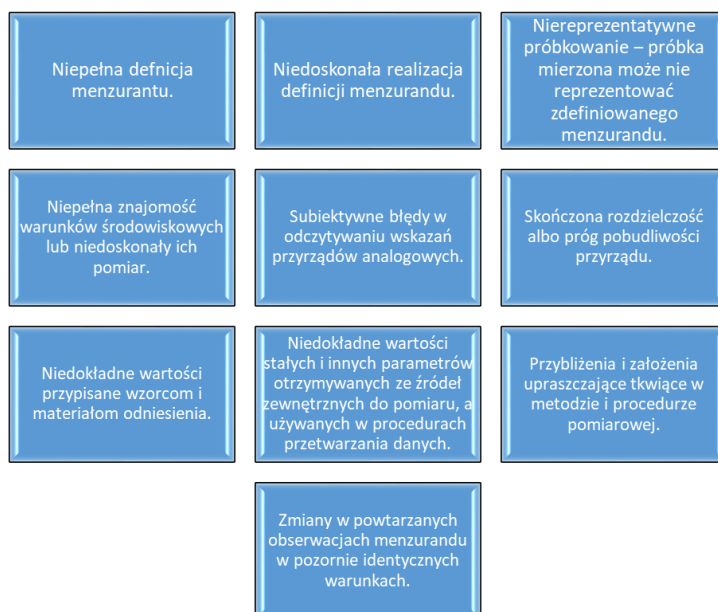


rozszerzonej. Współczynnik rozszerzenia k przyjmuje się w praktyce zazwyczaj z zakresu od 2 do 3.

2.3. Źródła niepewności pomiarowej

Według przewodnika szacowania niepewności pomiarowej (JCGM 100 2008) istnieje wiele możliwych źródeł niepewności pomiarowej. Najważniejsze z nich przedstawiano na schemacie na rys. 2.

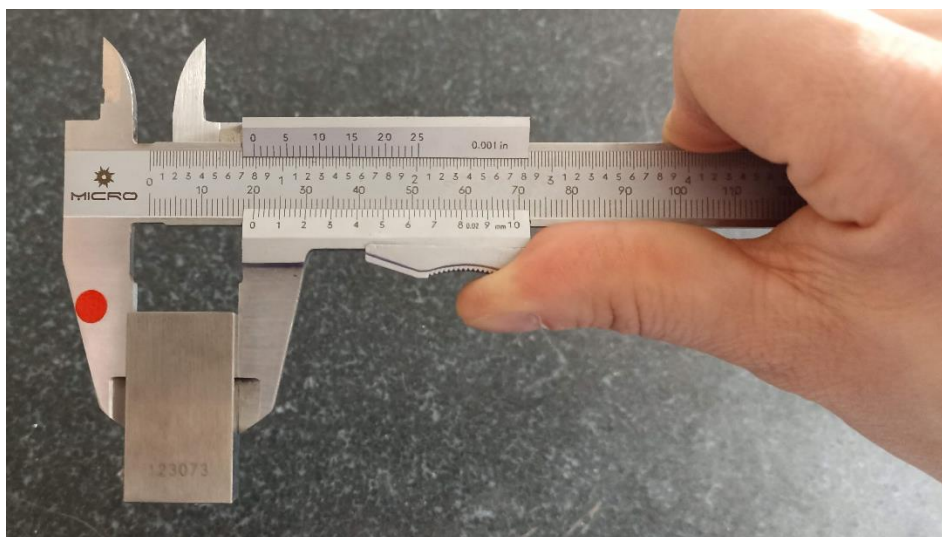
[Tekst alternatywny. Schemat blokowy przedstawiający 10 błękitnych bloków z tekstem w środku. W pierwszym bloku zawarto opis: „Niepełna definicja menzurandu”. W drugim bloku zawarto opis: „Niedoskonała realizacja definicji menzurandu”. W trzecim bloku zawarto opis: „Niereprezentatywne próbkowanie – próbka mierzona może nie reprezentować zdefiniowanego menzurandu”. W czwartym bloku zawarto opis: „Niepełna znajomość warunków środowiskowych lub niedoskonały ich pomiar”. W piątym bloku zawarto opis: „Subiektywne błędy w odczytywaniu wskazań przyrządów analogowych”. W szóstym bloku zawarto opis: „Skończona rozdzielczość albo próg pobudliwości przyrządu”. W siódmym bloku zawarto opis: „Niedokładne wartości przypisane wzorcom i materiałom odniesienia”. W ósmym bloku zawarto opis: „Niedokładne wartości stałych i innych parametrów otrzymywanych ze źródeł zewnętrznych do pomiaru, a używanych w procedurach przetwarzania danych”. W dziewiątym bloku zawarto opis: „Przybliżenia i założenia upraszczające tkwiące w metodzie i procedurze pomiarowej”, W dziesiątym bloku zawarto opis: „Zmiany w powtarzanych obserwacjach menzurandu w pozornie identycznych warunkach”.]



Rys. 2. Wybrane źródła niepewności pomiarowej według przewodnika GUM.

Analizując czynniki wpływające na niepewność pomiaru wskazane w przewodniku GUM, można stwierdzić, że wiele z nich związane jest z menzurandem, czyli wielkością którą ma być zmierzona. Przed rozpoczęciem pomiaru należy precyzyjnie zdefiniować wielkość mierzoną oraz dobrać do niej odpowiedni przyrząd pomiarowy. Należy mieć na uwadze, że menzurand nie może być określony przez wartość, ale jedynie przez opis jej wielkości. Kolejnym źródłem niepewności pomiarowej jest niereprezentatywne próbkowanie, czyli taki przypadek, gdzie próbka mierzona może nie reprezentować zdefiniowanego menzurandu. Przed rozpoczęciem procedury pomiarowej, należy dobrać odpowiednią próbkę. Istotnym źródłem niepewności pomiaru są warunki środowiskowe w jakich realizowany jest pomiar np. temperatura, wilgotność względna. Ze względu na to, że temperatura przedmiotu mierzonego, wzorca oraz przyrządu pomiarowego w sposób istotny wpływają na wynik pomiaru należy w sposób dokładny ją kontrolować (Jakubiec, Płowucha, and Rosner 2016; Wu et al. 2023). Również otoczenie realizacji pomiaru powinno być wolne od zanieczyszczeń, źródeł drgań, pola elektromagnetycznego. Należy mieć na uwadze, że wiele czynników wpływających na niepewność pomiaru związana jest z samym przyrządem pomiarowym. W przypadku przyrządów analogowych może wystąpić subiektywny błąd w odczytywaniu wskazań zmierzonej wartości np. podczas pomiaru realizowanego przy użyciu suwmiarki noniuszowej (patrz rys. 3).

[Tekst alternatywny. Na rysunku 3 przedstawiono fotografię pomiaru wymiarów liniowych płytki wzorcowej o wymiarze nominalnym 20 mm przy użyciu suwmiarki noniuszowej.]



Rys. 3. Pomiar wymiaru płytki wzorcowej przy użyciu suwmiarki noniuszowej.

Kolejnym źródłem niepewności pomiaru związanej z przyrządem pomiarowym jest skończona rozdzielczość lub próg pobudliwości przyrządu pomiarowego, czyli najmniejsza zmiana wartości wielkości mierzonej, która wywołuje dostrzegalną



zmianę wskazania narzędzia pomiarowego (GUM 2015; PKN-ISO/IEC Guide 99 2010). Istotne źródła błędów powiązane są z niedokładnymi wartościami przypisanymi wzorcom oraz materiałom odniesienia. Należy tutaj zachować spójność pomiarową, która określa właściwość wzorca jednostki miary, polegającą na tym, że można go powiązać z wzorcami państwowymi oraz międzynarodowymi jednostki miar, za pośrednictwem nieprzerwanego łańcucha porównań, z których każde wnosi swój udział do niepewności pomiaru (GUM 2015; PKN-ISO/IEC Guide 99 2010). Na niepewność pomiaru wpływa również sama procedura pomiarowa. W niektórych przypadkach, w procedurach przetwarzania danych pomiarowych należy bazować na stałych oraz innych parametrach otrzymywanych ze źródeł zewnętrznych. Niedokładne wartości tych parametrów mogą stanowić czynnik wpływający na niepewność pomiaru. Kolejnym czynnikiem jest przybliżenie oraz upraszczanie samej procedury pomiarowej. Operator podczas realizacji pomiaru powinien ściśle się trzymać założonych rekomendacji oraz założonych procedur pomiarowych. W niektórych przypadkach drobne odstępstwo, może powodować propagację błędów pomiarowych. Ostatnim źródłem niepewności według przewodnika GUM, są zamiany w powtarzanych obserwacjach menzurandu w pozornie identycznych warunkach pomiarowych. Należy nadmienić, że przedstawione powyżej źródła niepewności pomiaru mogą być ze sobą powiązane i wzajemnie zależne. Nierozpoznane oddziaływanie systematyczne nie może być wzięte pod uwagę przy wyznaczeniu niepewności wyniku pomiaru, ale wchodzi w skład jego błędu (JCGM 100 2008).

2.4. Metody wyznaczania niepewności standardowej

Ogólnie można przyjąć, że do wyznaczenia niepewności pomiaru wykorzystuje się dwie metody: metodę A oraz metodę B. Metoda typu A powszechnie stosowana jest w praktyce do obliczenia niepewności standardowej, ponieważ opiera się na statystycznej analizie serii pojedynczych wyników pomiarów. Natomiast metoda B wykorzystuje inne sposoby niż statystyczna analiza wyników pomiarów (Jakubiec W. 2008; JCGM 100 2008).

a) Metoda typu A szacowania niepewności standardowej

Pierwszym krokiem wyznaczenia niepewności pomiarowej metodą A jest oszacowanie wielkości oczekiwanej μ_q . W przypadku, gdy analizujemy wielkość q , która zmienia się losowo i dla której dokonano n niezależnych obserwacji q_k w warunkach powtarzalności pomiaru, wówczas najlepszym oszacowaniem wielkości oczekiwanej μ_q jest średnia arytmetyczna czyli wartość przeciętna $\bar{q}$ n obserwacji zapisana za pomocą zależności (1).



$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (1)$$

Ze względu na to, że poszczególne obserwacje q_k różnią się co do wartości z powodu przypadkowych zmian wielkości wejściowych lub oddziaływań przypadkowych, należy oszacować wariancję eksperymentalną obserwacji, estymującą wariancję σ^2 rozkładu prawdopodobieństwa wielkości q za pomocą zależności (2).

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [q_k - \bar{q}]^2 \quad (2)$$

Estymatą wariancji i jej dodatni pierwiastek kwadratowy $s(q_k)$ nazywany jest odchyleniem standardowym eksperymentalnym, które charakteryzuje zmienność obserwacji wartości q_k lub ściślej ich rozrzut wokół średniej $\bar{q}$.

Natomiast najlepszą estymatą wariancji średniej arytmetycznej jest wariancja eksperymentalna średniej, określana za pomocą zależności (3).

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (3)$$

Wariancja eksperymentalna średniej $s^2(\bar{q})$ i odchylenie standardowe eksperymentalne średniej $s(\bar{q})$, równe dodatniemu pierwiastkowi kwadratowemu z $s^2(\bar{q})$, określają liczbowo jak dobrze $\bar{q}$ estymuje wartość oczekiwaną μ_q zmiennej q . Każde z nich może być użyte jako miara niepewności $\bar{q}$.

Podsumowując, jeżeli dla wielkości X_i określonej z n niezależnych powtórzeń obserwacji $X_{i,k}$, niepewność standardowa $u(x_i)$ jest estymatą $x_i = \bar{X}_i$ wynosi $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$, gdzie $s^2(\bar{X}_i)$ zostało obliczone zgodnie z równaniem (3). Zatem umownie $u^2(x_i) = s^2(\bar{X}_i)$ i $(x_i) = s(\bar{X}_i)$ nazywają się odpowiednio wariancją typu A i niepewnością standardową typu A. Niepewność standardową wyznaczoną metodą typu A można określić zależnością (4).

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Należy nadmienić, że podczas szacowania niepewności metodą A należy zapewnić odpowiednio dużą liczbę obserwacji, tak aby zapewnić to, że $\bar{q}$ jest wiarygodnym oszacowaniem wartości oczekiwanej μ_q zmiennej losowej q oraz to, że $s^2(\bar{q})$ jest wiarygodnym oszacowaniem wariancji $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$. W praktyce pomiarowej stosowanie odchylenia standardowego $s(\bar{q})$ jest zasadne, ponieważ ma



ten sam wymiar co q . W przypadku opracowywania dokumentacji dotyczącej wyznaczenia niepewności metodą typu A, należy zawsze podać liczbę stopni swobody (zazwyczaj $n - 1$) (JCGM 100 2008).

b) Metoda typu B szacowania niepewności standardowej

Ogólnie przyjęto, że do szacowania niepewności standardowej przy użyciu metody typu B wykorzystuje się wszystkie dostępne informacje o czynnikach mogących mieć wpływ na niepewność pomiaru. Do takich informacji możemy zaliczyć:

- poprzednie lub dodatkowe dane pomiarowe,
- doświadczenie operatora dotyczące procedury pomiarowej,
- ogólną znajomość zjawisk występujących podczas realizacji pomiaru,
- właściwości przyrządów pomiarowych,
- specyfikację wytwórców,
- dane uzyskane z wzorcowania i certyfikacji,
- niepewności przypisane danym odniesienia, zaczerpniętym z podręczników (JCGM 100 2008).

Informacje niezbędne do wyznaczenia niepewności metodą B, mogą wynikać z założeń, że wyniki pomiarów podlegają rozkładowi normalnemu lub nie. W przypadku występowania rozkładu normalnego do obliczenia niepewności standardowej wykorzystuje się znaną wartość a oraz współczynnik k (5). Przy czym wartość współczynnika k dobiera się w oparciu o poziom ufności p (tab. 1).

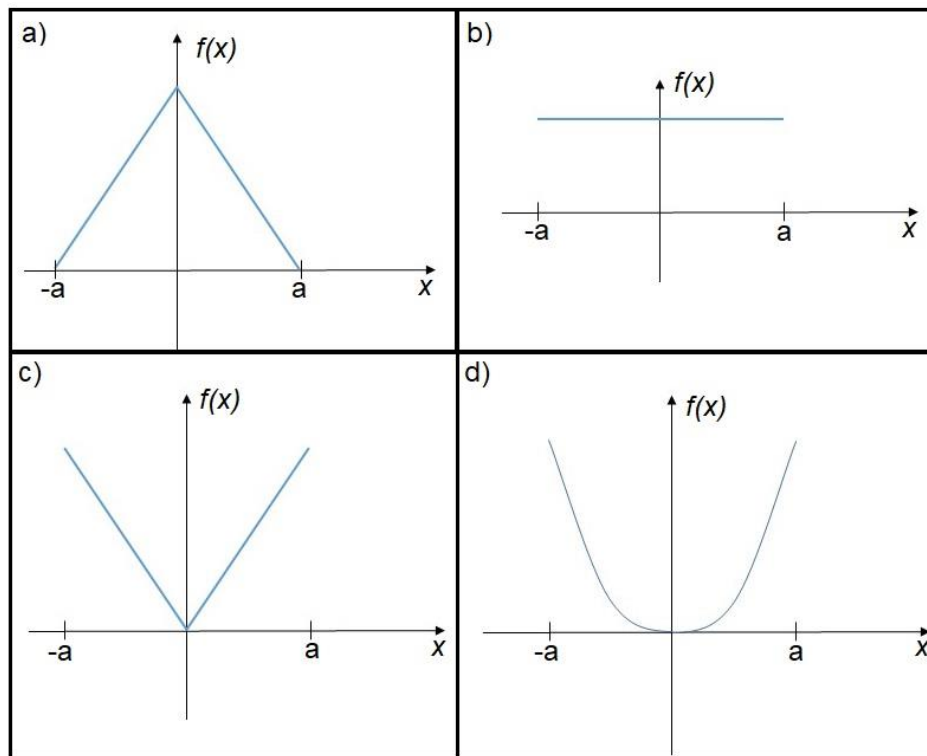
Tabela 1. Przykładowe wartości współczynnika k (Jakubiec W. 2008) .

p	k
0,90	1,64
0,95	1,96
0,99	2,58

Natomiast, jeżeli wyniki pomiarów nie podlegają rozkładowi normalnemu, wówczas na podstawie zjawiska przyjmuje się jeden z wymienionych rozkładów tj. trójkątny (rys. 4a), jednostajny (rys. 4b), antymodalny V (rys. 4c), antymodalny U (rys. 4d) (Jakubiec W. 2008).

[Tekst alternatywny. Na rysunku 4 przedstawiono rozkłady prawdopodobieństwa, gdzie oś pozioma (x) przedstawia wartości, gdzie zmienna losowa może przyjąć (przedział $[-a, a]$), natomiast oś pionowa Y reprezentuje prawdopodobieństwo. Rysunek 4a przedstawia rozkład trójkątny. Rysunek 4b reprezentuje rozkład

jednostajny. Rysunek 4c przedstawia rozkład antymodalny V, natomiast rysunek 4d rozkład antymodalny U].



Rys. 4. Przykłady rozkładów wykorzystywanych do szacowania niepewności metodą B, gdzie: a) rozkład trójkątny, b) rozkład jednostajny, c) rozkład antymodalny V, d) rozkład antymodalny U.

Wówczas wartości współczynników k oraz b odczytuje się z tabeli 2.

Tabela 2. Wartości współczynnika k i b (Jakubiec W. 2008).

Rodzaj rozkładu	k
trójkątny	$\sqrt{6}$
jednostajny	$\sqrt{3}$
antymodalny V	$\sqrt{2}$
antymodalny U	$\sqrt{5/3}$

Zarówno dla rozkładów normalnych jak i innych niepewność standardową metodą B wyznacza się za pomocą zależności (5).

$$u_B = \frac{a}{k} \quad (5)$$



2.5. Złożona niepewność standardowa

Jeżeli rozpatrujemy pomiar metodami pośrednimi wówczas złożoną niepewność pomiarową obliczamy za pomocą zależności (6).

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{\partial y}{\partial x_j} u(x_i, x_j)} \quad (6)$$

Natomiast w przypadku nieskorelowanych czynników wejściowych, wzór (6) upraszcza się do wzoru (7).

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} \quad (7)$$

2.6. Niepewność rozszerzona

Zgodnie z założeniami „Przewodnika szacowania niepewności pomiaru” dodatkową miarą niepewności pomiaru może być niepewność rozszerzona oznaczona jako U . Niepewność tego typu oblicza się poprzez pomnożenie niepewności standardowej złożonej $u_c(y)$ przez współczynnik rozszerzenia k . Niepewność rozszerzoną określa zależność (8).

$$U = k u_c(y) \quad (8)$$

Wartość współczynnika rozszerzenia k dobierana jest na podstawie przyjętego poziomu ufności. Zazwyczaj jego wartość zawiera się w granicach od 2 do 3. Przy czym należy pamiętać, że dla specjalnych zastosowań wartość współczynnika k może być spoza powyżej wymienionych wartości. W praktyce pomiarowej przy założeniu, że rozkład prawdopodobieństwa wielkości wyjściowej jest w przybliżeniu normalny, a wypadkowa liczba stopni swobody $u_c(y)$ jest wystarczająco duża, można przyjąć, $k = 2$ dla przedziału o poziomie ufności równym 95%, natomiast $k = 3$ dla przedziału o poziomie ufności równym 99% (JCGM 100 2008).

3. Ewolucja przyrządów suwmiarkowych

Początkowo do pomiarów wielkości geometrycznych wykorzystywano jedynie analogowe przyrządy pomiarowe. Pomiar realizowany przy użyciu tego typu przyrządów jest czasochłonny oraz wymaga zatrudnienia wykwalifikowanego operatora. Dane pomiarowe uzyskiwane z analogowych przyrządów zazwyczaj zapisywano ręcznie w arkuszach pomiarowych, a następnie wykorzystywano do analizy statystycznej wyników. Obecnie coraz częściej stosuje się cyfrowe przyrządy pomiarowe. Niewątpliwą zaletą przyrządów cyfrowych jest możliwość ułatwienia odczytywania danych pomiarowych z wyświetlacza. Ponadto dane pomiarowe uzyskane z tego typu przyrządów w postaci cyfrowej pozwalają na łatwiejsze ich przechowywanie oraz późniejszą analizę. Należy mieć na uwadze, że cyfrowe przyrządy pomiarowe mogą być zintegrowane z systemami komputerowymi, co umożliwia zapisywanie, przetwarzanie oraz dogłębne analizowanie dużej ilości danych.

Obecnie jednym z podstawowych przyrządów pomiarowych stosowanych w metrologii wielkości geometrycznych jest suwmiarka. Jest to powszechnie używany przyrząd do pomiaru wymiarów zewnętrznych, wewnętrznych i mieszanych. Występuje wiele rodzajów suwmiarek, jednakże ogólnie możemy je podzielić na analogowe (noniuszowe) lub cyfrowe. Warto nadmienić, że przyrządy pomiarowe o zbliżonej budowie oraz zasadzie działania do obecnych suwmiarek występowały już 2000 lat temu. Na rysunku 5 przedstawiono suwmiarkę wykonaną z brązu przez Wang Manga w pierwszym stuleciu naszej ery (Mitutoyo Corporation n.d.).

[Tekst alternatywny. Na rysunku 5 przedstawiono fotografię historycznej suwmiarki wykonanej z brązu]



Rys. 5. Suwmiarka z brązu Wang Manga z I w n.e. (Mitutoyo Corporation n.d.)

Początek suwmiarek noniuszowych związany był z opracowaniem przez francuskiego matematyka Jeana Pierre'a Verniera skali noniuszowej w 1631 roku. Skala ta zastosowana w przyrządach pomiarowych w znaczny sposób zwiększyła

rozdzielczość pomiarową. Obecnie suwmiarki noniuszowe wyposażone są w noniusz, który pozwala na odczyt wyników pomiarowych z rozdzielczością równą 0,05 mm lub 0,02 mm. Dzięki temu możliwe jest uzyskanie bardzo precyzyjnych wyników pomiarowych, co jest niezwykle istotne w wielu dziedzinach przemysłu i nauki. Przykład suwmiarki noniuszowej z noniuszem 0,02 mm przedstawiono na rysunku 6.

[Tekst alternatywny. Na rysunku 6 przedstawiono fotografię suwmiarki noniuszowej firmy Micro o noniuszu 0,02 mm. Prowadnica suwmiarki oparta jest na krawędzi przyzmy pomiarowej.]



Rys. 6. Suwmiarka noniuszowa o rozdzielczości 0,02 mm.

Do analogowych przyrządów sumiarkowych możemy zaliczyć suwmiarki czujnikowe zwane również jako suwmiarkami zegarowe. Suwmiarki tego typu wyposażone są w listwę zębatą wbudowaną w prowadnicę oraz czujnik zegarowy pozwalający na odczyt z rozdzielczością 0,01 mm. Suwmiarkę zegarową przedstawiono na rysunku 7.

[Tekst alternatywny. Na rysunku 7 przedstawiono fotografię suwmiarki czujnikowej firmy Insize z czujnikiem zegarowym o rozdzielczości 0,01 mm. Prowadnica suwmiarki oparta jest na krawędzi przyzmy pomiarowej.]



Rys. 7. Suwmiarka zegarowa firmy Insize.

Pierwsze suwmiarki wyposażone w cyfrowy wyświetlacz pojawiły się w drugiej połowie XX wieku na skutek wprowadzenia enkodera inkrementalnego oraz wyświetlacza ciekłokrystalicznego. Sposób pomiaru przy użyciu suwmiarek cyfrowych nie różni się od pomiaru realizowanego przy użyciu suwmiarek analogowych. Jednakże początkowo suwmiarki cyfrowe pozwalały jedynie na odczyt wyników pomiarowych z wyświetlacza cyfrowego. Następnie wprowadzono dodatkowe opcje takie jak zerowanie wskazań wyświetlacza w dowolnym położeniu suwaka. Kolejnym krokiem w rozwoju suwmiarek cyfrowych było wprowadzenie portu wyjścia danych pozwalającego na przesyłanie wyników pomiarowych do komputera lub innego urządzenia peryferyjnego np. przenośnej drukarki. Na rysunku 8 przedstawiono suwmiarkę cyfrową z wyjściem danych.

[Tekst alternatywny. Na rysunku 8 przedstawiono fotografię suwmiarki cyfrowej firmy Sylvac z wyświetlaczem cyfrowym wskazującym 0,00 mm. Prowadnica suwmiarki oparta jest na krawędzi pryzmy pomiarowej. Do wyjścia danych suwmiarki znajdującego się na górnej powierzchni suwaka podłączony jest przewód danych USB.]



Rys. 8. Suwmiarka cyfrowa Sylvac z przewodowym wyjściem danych (port USB).

Kolejnym krokiem związanym z rozwojem suwmiarek cyfrowych było wprowadzenie bezprzewodowego wyjścia danych pomiarowych (nadajnika) komunikującego się z odbiornikiem za pośrednictwem systemu Bluetooth. Wyeliminowało to niedogodności spowodowane między innymi z ograniczeniem długości przewodu USB. Ponadto odbiornik pozwala na sczytywanie danych z wielu przyrządów pomiarowych w czasie rzeczywistym, co w znacznym stopniu usprawnia procedurę pomiarową. Przykład suwmiarki z bezprzewodowym systemem przesyłania danych przedstawiono na rysunku 9.

[Tekst alternatywny. Na rysunku 9 przedstawiono fotografię suwmiarki cyfrowej firmy Mitutoyo z wyświetlaczem cyfrowym wskazującym 0,00 mm. Prowadnica suwmiarki oparta jest na krawędzi pryzmy pomiarowej. Na górnej powierzchni suwaka zamontowany jest bezprzewodowy nadajnik U-Wave].



Rys. 9. Suwmiarka cyfrowa Absolute Digimatic Mitutoyo firmy Mitutoyo z bezprzewodowym nadajnikiem U-Wave.

W ostatnich latach notuje się rozwój skomputeryzowanych suwmiarek „smart”. Suwmiarki tego typu wyposażone są w dotykowy wyświetlacz, który pozwala między innymi na ustalenie granic tolerancji oraz dokonanie obliczeń statystycznych na podstawie zgromadzonych w pamięci wewnętrznej wyników pomiarowych. Kolejną cechą charakterystyczną suwmiarek typu „smart” jest regulowana siła nacisku wywieranego przez szczęki znajdujące się na suwaku. Stanowi to istotną zaletę w stosunku do tradycyjnych suwmiarek pod względem możliwości pomiaru elementów elastycznych.

[Tekst alternatywny. Na rysunku 10 przedstawiono fotografię suwmiarki typu „smart” firmy Microtech z kolorowym wyświetlaczem dotykowym wskazującym wyniki pomiarowe oraz ustalone granice tolerancji].



Rys. 9. Suwmiarka „smart” firmy Microtech (Microtech 2024).



Pomimo swojej prostoty, obecnie przyrządy suwmiarkowe dzięki zastosowaniu rozwiązań cyfrowych, pozwalają na znaczne zwiększenie zakresu swoich zastosowań. Należy nadmienić, że skomputeryzowane przyrządy pomiarowe stanowią jeden z istotnych elementów przemysłu 4.0 (Wieczorowski and Trojanowska 2023). Dzięki połączeniu z siecią, cyfrowe przyrządy pomiarowe mogą przysyłać dane pomiarowe bezpośrednio do systemów zarządzania produkcją, co pozwala na bieżące monitorowanie i analizę danych pomiarowych.





LITERATURA

- Adamczak, Stanisław. 2023. *Metrologia Geometryczna Powierzchni Technologicznych*. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Adamczak, Stanisław, Paweł Zmarzły, and Krzysztof Stępień. 2013. "Model Matematyczny Odniesieniowych Pomiarów Kształtu i Falistości Elementów Okrągłych." *Mechanik* 86(7): 518–19.
- Andreev, D. V. 2022. "The Role of Measurement and the Significance of Metrology in Industrial Production." In *Journal of Physics: Conference Series*.
- Fotowicz, Paweł. 2011. *Niepewność Pomiarów w Teorii i Praktyce*. Warszawa: Główny Urząd Miar.
- de Groot, Peter J., and Michael Schmidt. 2021. "Metrology & Industry 4.0." *PhotonicsViews* 18(4).
- GUM. 2015. *Międzynarodowy Słownik Terminów Metrologii Prawnej*. https://www.gum.gov.pl/ftp/pdf/Wydawnictwa/Miedzynarodowy_Sloownik_Terminow_Metrologii_Prawnej.pdf.
- Jakubiec W., Malinowski J. 2008. *Metrologia Wielkości Geometrycznych*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Jakubiec, Władysław, Wojciech Płowucha, and Paweł Rosner. 2016. "Temperature Error in Geometrical Measurements." *Mechanik* (11): 1714–15.
- JCGM 100. 2008. "JCGM 100:2008 - Evaluation of Measurement Data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement." *International Organization for Standardization Geneva ISBN* 50(September).
- Microtech. 2024. "Manufacturing Research&Developing - Katalog Producenta." <https://microtech-ua.com/index.php>.
- Mitutoyo Corporation. "History of Precision Measuring Instruments. The Origin and Evolution of Calipers." <https://www.mitutoyo.com/webfoo/wp-content/uploads/E12029-Calipers.pdf>.
- Międzynarodowy słownik metrologii. Pojęcia podstawowe i ogólne oraz terminy z nimi związane (VIM). *PKN-ISO/IEC Guide* 99. 2010.
- Świsulski, Dariusz, and Anna Golijanek-Jędrzejczyk. 2017. "Uchyb, Błąd, Niepewność - Geneza Określania Niedokładności w Miernictwie Elektrycznym." *Przegląd Elektrotechniczny* 93(9).
- Wieczorowski, Michał, and Justyna Trojanowska. 2023. "Towards metrology 4.0 in dimensional measurements." *Journal of Machine Engineering* 23(1).
- Wu, Jiahao et al. 2023. "Calibration of the Geometric Error Parameters of Laser Trackers in Site Environments." *IEEE Sensors Journal* 23(7).
- Zmarzły, Paweł. 2020. "Technological Heredity of the Turning Process." *Tehnički vjesnik/Technical Gazette* 27(4): 11–25.

