



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Świętokrzyska
Wydział Elektrotechniki Automatyki i Informatyki

Kierunek studiów:
Elektrotechnika

Katarzyna Rutczyńska-Wdowiak

Materiały dydaktyczne do przedmiotu

WYBRANE ZAGADNIENIA TEORII STEROWANIA

opracowane w ramach realizacji Projektu
**„Dostosowanie kształcenia
w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb
współczesnej gospodarki”**
FERS.01.05-IP.08-0234/23

Kielce, 2025



Politechnika Świętokrzyska
Kielce University of Technology

Projekt „Dostosowanie kształcenia w Politechnice Świętokrzyskiej do potrzeb współczesnej gospodarki”
nr FERS.01.05-IP.08-0234/23



Spis treści

1. Wprowadzenie	3
2. Algorytmy genetyczne	4
2.1. Matematyczne podstawy algorytmów genetycznych	4
2.2. Zasada działania algorytmów genetycznych	5
2.3. Reprezentacje i operatory genetyczne	7
2.4. Przykłady projektowanych algorytmów genetycznych i ich zastosowań	9
3. Literatura	29



Materiały dydaktyczne objęte licencją Creative Commons BY 4.0.

Licencja dostępna pod adresem: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



1. Wprowadzenie

Algorytmy genetyczne (AG) w ostatnich latach budzą ogromne zainteresowanie programistów, ponieważ są efektywnymi, uniwersalnymi, a zarazem skutecznymi metodami poszukiwania rozwiązań zagadnień o dużej złożoności. Znalazły zastosowanie w wielu różnych dziedzinach nauki i techniki, m.in. w inżynierii konstrukcyjnej, informatyce, robotyce, fizyce, medycynie, biologii, socjologii, politologii, kombinatoryce, w biznesie.

Z uwagi na powyższe warto stosować te algorytmy również w wielu zagadnieniach teorii sterowania. Można wykazać, że algorytmy te pozwalają na osiągnięcie porównywalnych efektów lub nawet znacznie lepszych niż powszechniej stosowane metody klasyczne. Są również obszary zastosowań w automatyce, gdzie metody klasyczne zawodzą, natomiast metody sztucznej inteligencji rozwiązują postawiony problem.

Algorytmy genetyczne to algorytmy stochastyczne, w sposobie działania wykorzystują procesy naturalne, tj. dziedziczenie oraz darwinowską zasadę przeżycia osobników najlepiej przystosowanych do określonego środowiska. Istotną cechą tych algorytmów jest korzystanie z „informacji”, określonych przez wartości funkcji celu/funkcji przystosowania/przystosowania, wyznaczanych w procesie wielokierunkowego przeszukiwania przestrzeni potencjalnych rozwiązań. Ogólna zasada jest taka, że AG znajdują zastosowanie tam, gdzie nie jest dobrze określony lub poznany sposób rozwiązania problemu, ale znany jest sposób oceny jakości rozwiązania [2, 3]

W przypadku algorytmów genetycznych wykorzystuje się słownictwo pochodzące z genetyki naturalnej. Podstawowe słownictwo [1]:

- **osobnik** - chromosom, łańcuch lub ciąg kodowy,
- **populacja** - zbiór osobników,
- **genotyp** - struktura,
- **chromosom haploidalny** - pojedynczy ciąg kodowy,
- **chromosom diploidalny** - zespół ciągów kodowych,
- **fenotyp** - zbiór parametrów zadania,
- **gen** - cecha,
- **locus** - pozycja genu w chromosomie,
- **allel** - wartość genu na odpowiedniej pozycji,
- **parametry kontrolne** - rozmiar populacji, liczba iteracji, prawdopodobieństwo krzyżowania i mutacji,
- **operatory genetyczne** – krzyżowanie, mutacja, reprodukcja.





2. Algorytmy genetyczne

2.1. Matematyczne podstawy algorytmów genetycznych

Twórcą algorytmów genetycznych jest John Holland, który aby dokładnie ocenić wydajność AG wprowadził pojęcie **schematu**, czyli wzorca podobieństwa (1968 – 1971 r.).

Zgodnie z definicją, schemat stanowi podzbiór ciągów podobnych ze względu na ustalone pozycje. Do używanego alfabetu wprowadza się dodatkowy symbol $\{*\}$, który umożliwia opisanie wszystkich podobieństw między ciągami kodowymi o określonej długości. Wprowadzenie ww. symbolu do alfabetu dwójkowego powoduje powstanie szablonu, do którego pasują ciągi binarne mające zera i jedynki na tych samych pozycjach (pozycje ustalone), co w przyjętym schemacie.

Przykład:

- schemat $\{*0001\}$ określa podzbiór następujących ciągów: $\{00001\}$, $\{10001\}$,
- schemat $\{10*1\}$ - podzbiór następujących ciągów: $\{1011\}$, $\{1001\}$.

Wyznaczenie liczby wszystkich możliwych schematów dla alfabetu dwójkowego można wyrazić

$$(k + 1)^m \quad (1)$$

gdzie:

k – liczba symboli,

m – długość ciągu kodowego.

Rząd schematu $o(H)$ oznacza liczbę ustalonych pozycji w schemacie, czyli w przypadku systemu dwójkowego jest to po prostu suma zer i jedynek.

Rozpiętością schematu $\delta(H)$ określa się odległość między dwoma skrajnymi pozycjami ustalonymi.

Schematy zwarte, czyli o małej rozpiętości $\delta(H)$ są bardziej odporne na przetrwanie operacji krzyżowania, niż schematy o dużej rozpiętości. Jeżeli operacja krzyżowania zachodzi z zadanyim prawdopodobieństwem krzyżowania p_k , a punkt krzyżowania wybierany jest spośród $(m-1)$ pozycji



ciągu, to prawdopodobieństwo przeżycia schematu H można wyrazić za pomocą nierówności (Goldberg, 1998)

$$p_s \geq 1 - p_k \frac{\delta(H)}{m-1} \quad (2)$$

gdzie:

p_s - prawdopodobieństwo przeżycia schematu H ,

p_k - prawdopodobieństwo krzyżowania,

m - długość ciągu.

Prawdopodobieństwo p_d zniszczenia schematu H podczas krzyżowania:

$$p_d \leq p_k \frac{\delta(H)}{m-1} \quad (3)$$

Aby dany schemat przetrwał operację mutacji, muszą zachować się wszystkie jego pozycje ustalone, a więc prawdopodobieństwo p_s przeżycia schematu jest określone poprzez zależność:

$$p_s = (1 - p_m)^{o(H)} \quad (4)$$

gdzie p_m – prawdopodobieństwo mutacji.

Twierdzenie:

Wąskie, niskiego rzędu oraz dobrze przystosowane schematy (cegiełki) rozprzestrzeniają się w kolejnych pokoleniach zgodnie z wykładniczym prawem wzrostu.

2.2. Zasada działania algorytmów genetycznych

Zasada działania algorytmu genetycznego polega na przeprowadzeniu symulowanej ewolucji pokolenia ciągów kodowych, od tworzonej w sposób losowy populacji początkowej do kolejnych jej generacji w taki sposób, aby potomkowie dziedziczyli najlepsze cechy swoich rodziców.



Przy pomocy operacji genetycznych (selekcja, krzyżowanie, mutacja), w kolejnych iteracjach AG powstaje nowa grupa sztucznych osobników, wchodzących w skład bieżących populacji.

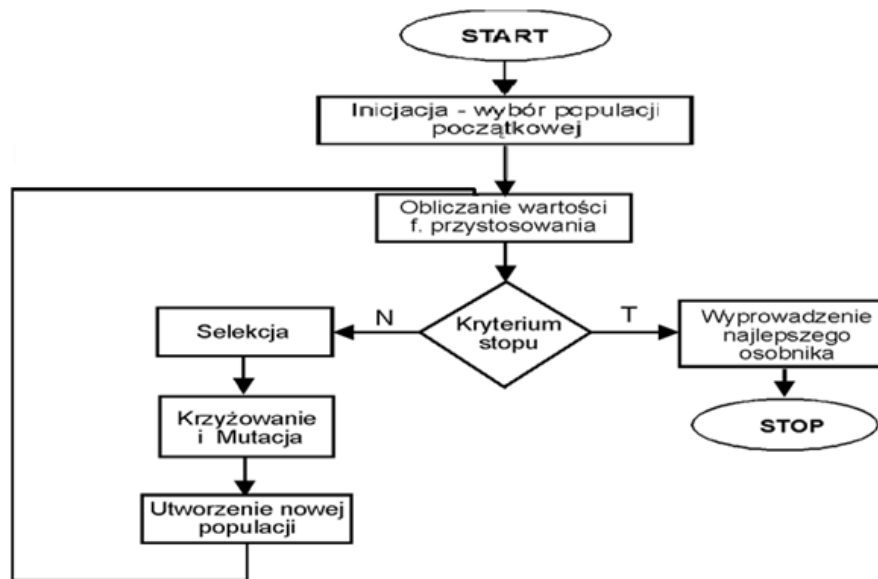
Ogólnie przyjmuje się następujące założenie: im osobnik jest lepiej przystosowany (miarą przystosowania są wartości funkcji celu/funkcji przystosowania/przystosowania), tym istnieje większe prawdopodobieństwo jego udziału w ww. operacjach i dzięki temu jego cechy genetyczne są częściej przekazywane do następnego pokolenia.

Mechanizm działania klasycznego algorytmu genetycznego:

- inicjacja, czyli wybór populacji początkowej,
- ocena przystosowania osobników danej populacji,
- sprawdzenie warunku zatrzymania algorytmu,
- selekcja chromosomów,
- zastosowanie operatorów genetycznych, takich jak: krzyżowanie i mutacja,
- utworzenie nowego pokolenia,
- wyznaczenie osobnika o największym przystosowaniu, stanowiącego rozwiązanie zadania.

Na rysunku 1 przedstawiono schemat klasycznego algorytmu genetycznego.

[Tekst alternatywny. Schemat blokowy przedstawia algorytm genetyczny. Proces rozpoczyna się od inicjacji, czyli wyboru populacji początkowej. Następnie obliczana jest wartość funkcji przystosowania. Sprawdzane jest kryterium stopu (czy zakończyć działanie algorytmu). Jeśli nie (N), następuje selekcja, potem krzyżowanie i mutacja, a następnie utworzenie nowej populacji i powrót do obliczania funkcji przystosowania. Jeżeli kryterium stopu jest spełnione (T), następuje wyprowadzenie najlepszego osobnika oraz zakończenie działania algorytmu (STOP).]



Rys. 1. Schemat klasycznego algorytmu genetycznego

AG różnią się następującymi cechami od metod klasycznych:

- nie przetwarzają bezpośrednio parametrów zadania,
- prowadzą poszukiwania wychodząc z całej populacji,
- korzystają tylko z funkcji celu, nie zaś z innych pomocniczych informacji,
- stosują probabilistyczne, a nie deterministyczne reguły wyboru.

2.3. Reprezentacje i operatory genetyczne

Różnorodne zastosowania algorytmów genetycznych wymagają odmiennych rodzajów kodowania parametrów zadania. W doborze sposobu kodowania należy



uwzględnić dwie podstawowe teoretyczne zasady, tj. znaczących cegiełek oraz minimalnego alfabetu.

Zasada znaczących cegiełek:

kod należy dobierać w taki sposób, aby schematy niskiego rzędu i o małej rozpiętości wyrażały własności rozwiązywanego zadania i pozostawały względnie niezależne od schematów o innych pozycjach ustalonych.

Zasada minimalnego alfabetu:

należy wykorzystać alfabet o jak najmniejszej liczbie symboli.

Kodowanie binarne, w którym poszczególne chromosomy, reprezentujące zakodowaną wartość parametru decyzyjnego, określone są jako ciągi zerojedynekowe o zadanej długości. Allele w takim chromosomie mogą więc przyjmować wartość „0” lub „1”.

W reprezentacji zmiennopozycyjnej każdy osobnik jest kodowany jako wektor zmiennopozycyjny o takiej samej długości jak wektor otrzymanego rozwiązania, a allele wszystkich genów są liczbami rzeczywistymi.

W przebiegu procesu genetycznego **operacja selekcji** odgrywa kluczową rolę, ponieważ realizuje darwinowską zasadę doboru naturalnego, zgodnie z którą przeżywają tylko osobniki najlepiej przystosowane do określonego środowiska. Najpopularniejszymi metodami selekcji są: ruletka, selekcja turniejowa i rankingowa.

Operator krzyżowania jest najistotniejszym, obok operatora selekcji, elementem algorytmu genetycznego. Krzyżowanie można interpretować jako wymianę pewnego rodzaju informacji genetycznej, pomiędzy odpowiednimi osobnikami danej populacji, czyli ciągami kodowymi. W działaniu algorytmu genetycznego, operacja krzyżowania odgrywa zdecydowanie większe znaczenie niż mutacja, które jednak zmniejsza się wraz z ujednoliceniem populacji. Podstawowe rodzaje krzyżowania: krzyżowanie jednopunktowe, wielopunktowe i arytmetyczne.

Operator mutacji w działaniu klasycznego AG nie odgrywa tak ważnej roli jak selekcja, czy krzyżowanie, ale jest on niezbędny, ponieważ wprowadza nowy materiał genetyczny, zapewniając określoną różnorodność danego pokolenia. W zaawansowanych systemach algorytmów genetycznych rola mutacji może być zasadnicza.



2.4. Przykłady projektowanych algorytmów genetycznych i ich zastosowań

Aby prawidłowo dobrać (zaprojektować) algorytm genetyczny do zadania inżynierskiego należy wykonać dwa podstawowe etapy:

1. Zaprojektować strukturę algorytmu genetycznego.
2. Dobrać parametry kontrolne takiego algorytmu.

Proces zaprojektowania algorytmu wymaga dużej wiedzy z zakresu tych algorytmów, ponieważ algorytm musi być odpowiednio wybrany do rozwiązywanego zadania inżynierskiego. Często należy wykonać wiele badań empirycznych, aby otrzymać najlepsze efekty. Krok drugi polega na ocenie dobieranych wartości parametrów kontrolnych, aby w efekcie otrzymać zestaw możliwie najlepszy.

Zadanie 1

Wyznaczyć wartości parametrów K - wzmocnienie, T – stała czasowa, w procesie minimalizacji wskaźnika jakości J z wykorzystaniem algorytmu genetycznego.

Cel ćwiczenia: dobrać najlepszy zestaw parametrów kontrolnych AG, tj.: rozmiar populacji, prawdopodobieństwo krzyżowania, prawdopodobieństwo mutacji, przestrzeń poszukiwań, liczba iteracji. Na rysunku 2 pokazano fragment ostatniej populacji z przebiegu AG.

[Tekst alternatywny. Obraz przedstawia fragment programu wyświetlający ostatnią populację w algorytmie genetycznym. Dane przedstawiają rzędy wartości dla trzech zmiennych: J , K , T . Przykładowy wiersz to „0.4397\ 0.9401\ 0.6069”. Wartości są oddzielone ukośnikami i przedstawione w formie tabelarycznej.]

Ostatnia populacja:		
J	K	T
0,2284\	0,9827\	0,6381
0,4397\	0,9401\	0,6069
0,4484\	0,9378\	0,5946
0,2681\	0,9491\	0,4660
0,6394\	0,9040\	0,3957
0,2009\	0,9506\	0,3703
0,4350\	0,9406\	0,6060
2,1026\	0,8283\	0,6393
0,4397\	0,9401\	0,6069
0,1655\	0,9619\	0,4221
0,3956\	0,9462\	0,6104
0,5769\	0,9526\	0,8691
0,4589\	0,9499\	0,7168
0,1226\	0,9631\	0,3514
0,2047\	0,9500\	0,3703

Rys. 2. Fragment ostatniej populacji AG.

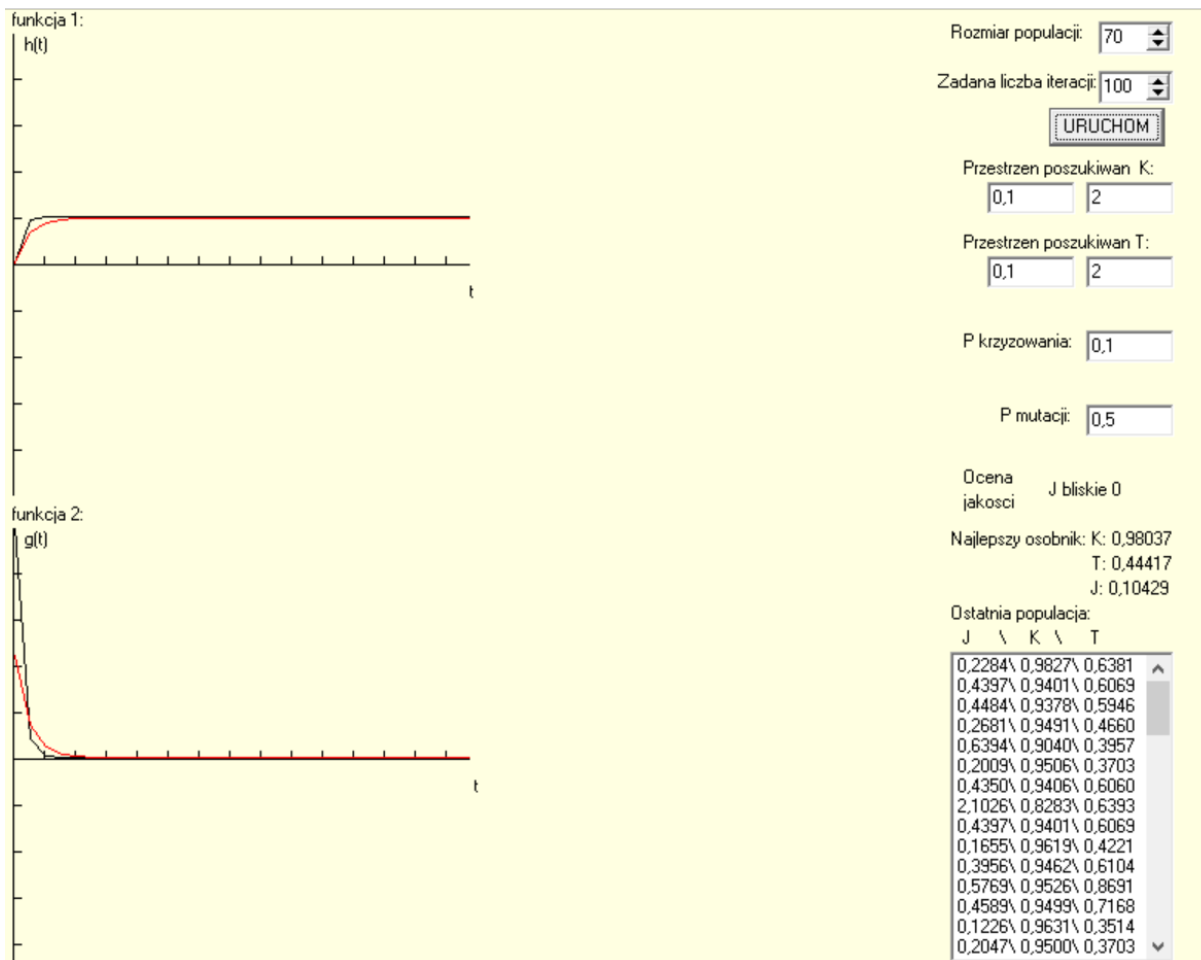
W procesie identyfikacji parametrycznej wyznaczano dwa parametry członu dynamicznego, tj. K- wzmocnienie, T – stałą czasową minimalizując wskaźnik jakości J oraz dobrano zestaw parametrów kontrolnych (rysunek 3).

[Tekst alternatywny. Zrzut ekranu przedstawia interfejs programu do optymalizacji populacyjnej, prawdopodobnie algorytmu genetycznego. Po lewej stronie widoczne są dwa wykresy: "funkcja 1: $h(t)$ " oraz "funkcja 2: $g(t)$ ", z osią poziomą opisaną jako czas (t). Oba wykresy prezentują przebieg funkcji od wartości początkowej do ustalonej wartości końcowej. Po prawej stronie znajdują się ustawienia parametrów algorytmu: rozmiar populacji (70), zadana liczba iteracji (100), przycisk "URUCHOM", zakresy przeszukiwanej przestrzeni dla parametrów KK i TT , prawdopodobieństwo krzyżowania (0,1) i mutacji (0,5), a także aktualna ocena jakości („J bliskie 0”).

Wyświetlane są również wartości najlepszego

osobnika: $K=0,98037$ $K=0,98037$, $T=0,44417$ $T=0,44417$, $J=0,10429$ $J=0,10429$.

Poniżej widoczna jest tabela populacji z kolumnami J, K i T oraz szeregiem wartości liczbowych dla ostatniej znalezionej populacji.]



Rys. 3. Uruchomienie procedury identyfikacji wybranego członu dynamicznego z zastosowaniem AG.

Zadanie 2

Identyfikacja modelu matematycznego silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmu genetycznego.

Opis matematyczny silnika indukcyjnego jest złożonym układem nieliniowych równań różniczkowych, przedstawiających równanie ruchu obrotowego wirnika oraz odpowiednie zależności między napięciami, prądami i strumieniami magnetycznymi. Równania silnika są najczęściej przedstawiane w prostokątnym układzie współrzędnych, w którym opisuje się związki zachodzące między odpowiednimi składowymi wektorów przestrzennych prądu, napięcia i strumienia. Modele matematyczne silnika indukcyjnego są z reguły sformułowane w wirującym zgodnie z wektorem napięcia stojana oraz w stacjonarnym układzie współrzędnych. Model matematyczny silnika indukcyjnego sformułowany w wirującym układzie współrzędnych $d-q$, zorientowanym zgodnie z wektorem v_s napięcia stojana, ma następującą postać:



$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\phi_d(t) &= \phi_q(t)\omega_s(t) - R_s I_d(t) + v(t) \\
\frac{d}{dt}\phi_q(t) &= -\phi_d(t)\omega_s(t) - R_s I_q(t) \\
\frac{d}{dt}I_d(t) &= a_1\phi_d(t) + a_3\phi_q(t)\omega_e(t) - a_2I_d(t) + I_q(t)\omega_s(t) + \\
&\quad - I_q(t)\omega_e(t) + a_3v(t) \\
\frac{d}{dt}I_q(t) &= -a_3\phi_d(t)\omega_e(t) + a_1\phi_q(t) - I_d(t)\omega_s(t) + \\
&\quad + I_d(t)\omega_e(t) - a_2I_q(t) \\
\frac{d}{dt}\omega_e(t) &= \frac{3p^2}{2J}(\phi_d(t)I_q(t) - \phi_q(t)I_d(t)) - \frac{p}{J}M_o(t)
\end{aligned} \tag{5}$$

przy czym:

$$a_1 = \frac{R_r}{\sigma L_s L_r}, \quad a_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r}, \quad a_3 = \frac{1}{\sigma L_s}, \quad \sigma = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_s L_r} \tag{6}$$

gdzie:

I_d, I_q i ϕ_d, ϕ_q – odpowiednio składowe wektora prądu i strumienia stojana,

ω_s – pulsacja synchroniczna stojana,

$\omega_e = p\omega$ – elektryczna prędkość kątowa,

R_s i L_s – rezystancja i indukcyjność stojana,

R_r i L_r – rezystancja i indukcyjność wirnika,

L_m – indukcyjność główna,

p – liczba par biegunów,

J – moment bezwładności,

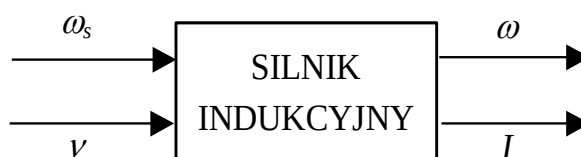
M_o – moment obciążenia,

v – moduł wektora napięcia stojana,

σ – wypadkowy współczynnik rozproszenia.

Na rysunku 4 przedstawiono schemat obiektu identyfikacji z określeniem sygnałów wejściowych i wyjściowych, w układzie współrzędnych wirującym zgodnie z wektorem napięcia stojana.

[Tekst alternatywny. Schemat blokowy przedstawia silnik indukcyjny. Do wejść bloku prowadzą strzałki z oznaczeniami ω_s (prędkość synchroniczna) oraz v (napięcie zasilania). Wyjścia bloku oznaczone są jako ω (prędkość wirnika) oraz I (prąd pobierany przez silnik).]



Rys. 4. Schemat obiektu identyfikacji z określeniem sygnałów wejściowych i wyjściowych.

Równania modelu matematycznego silnika indukcyjnego w stacjonarnym układzie współrzędnych α - β można przedstawić za pomocą zależności:

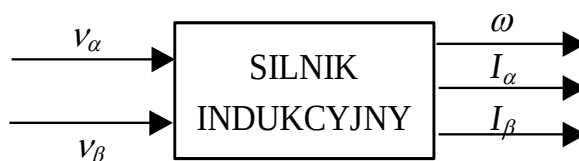
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\phi_{\alpha}(t) &= -R_s I_{\alpha}(t) + v_{\alpha}(t) \\ \frac{d}{dt}\phi_{\beta}(t) &= -R_s I_{\beta}(t) + v_{\beta}(t) \\ \frac{d}{dt}I_{\alpha}(t) &= a_1\phi_{\alpha}(t) + a_3\phi_{\beta}(t)\omega_e(t) - a_2I_{\alpha}(t) - I_{\beta}(t)\omega_e(t) + a_3v_{\alpha}(t) \\ \frac{d}{dt}I_{\beta}(t) &= -a_3\phi_{\alpha}(t)\omega_e(t) + a_1\phi_{\beta}(t) + I_{\alpha}(t)\omega_e(t) - a_2I_{\beta}(t) + a_3v_{\beta}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie:

v_{α} , v_{β} , I_{α} , I_{β} i ϕ_{α} , ϕ_{β} – odpowiednio składowe wektora napięcia, prądu i strumienia stojana.

Schemat obiektu identyfikacji przedstawia rysunek 5.

[Tekst alternatywny. Schemat blokowy przedstawia silnik indukcyjny. Do wejść bloku kierowane są sygnały v_{α} i v_{β} (składowe napięcia w osi alfa i beta). Wyjścia bloku to: ω (prędkość kątowna), I_{α} oraz I_{β} (prądy osiowe alfa i beta).]



Rys. 5. Schemat obiektu identyfikacji z określeniem sygnałów wejściowych i wyjściowych.

W procesie identyfikacji modelu matematycznego silnika indukcyjnego wykorzystano wskaźnik jakości o postaci

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (I(i) - \hat{I}(i))^2 + \frac{W}{N} \sum_{i=1}^N (\omega(i) - \hat{\omega}(i))^2 \quad (8)$$

gdzie W oznacza eksperymentalny współczynnik wagowy.

Zadanie polega na doborze odpowiedniej struktury algorytmu genetycznego i zestawu jego parametrów kontrolnych, tak aby zapewnić dobrą zbieżność i dokładność procesu identyfikacji. W procesie identyfikacji można wyznaczyć następujące parametry modelu matematycznego silnika: a_1 , a_2 , a_3 , J , R_s lub parametry schematu zastępczego silnika: L_s , L_r , L_m , J , R_r , R_s .

Etap 1 – dobór struktury AG.

Zaproponowany do rozwiązania zadania identyfikacji algorytm genetyczny oparto na reprezentacji binarnej, selekcji metodą ruletki, krzyżowaniu jednopunktowej i mutacji równomiernej.

Długość ciągów binarnych zależy od narzuconych na rozwiązywane zadanie warunków. W przypadku przestrzeni poszukiwań obejmującej zbiór liczb rzeczywistych, każda zmienna może przyjmować wartości z zadanego przedziału $C_i = [A_i, B_i] \subseteq R$, dla każdego $i \in N$, z możliwością określenia dokładności uzyskania rozwiązania do kilku miejsc po przecinku.

$$(B_i - A_i) 10^l \leq 2^{m_i} - 1 \quad (9)$$

przy czym:

l – zadana dokładność otrzymania wyniku,

$[A_i, B_i]$ – przedział określoności parametru,



m_i – długość ciągu kodowego.

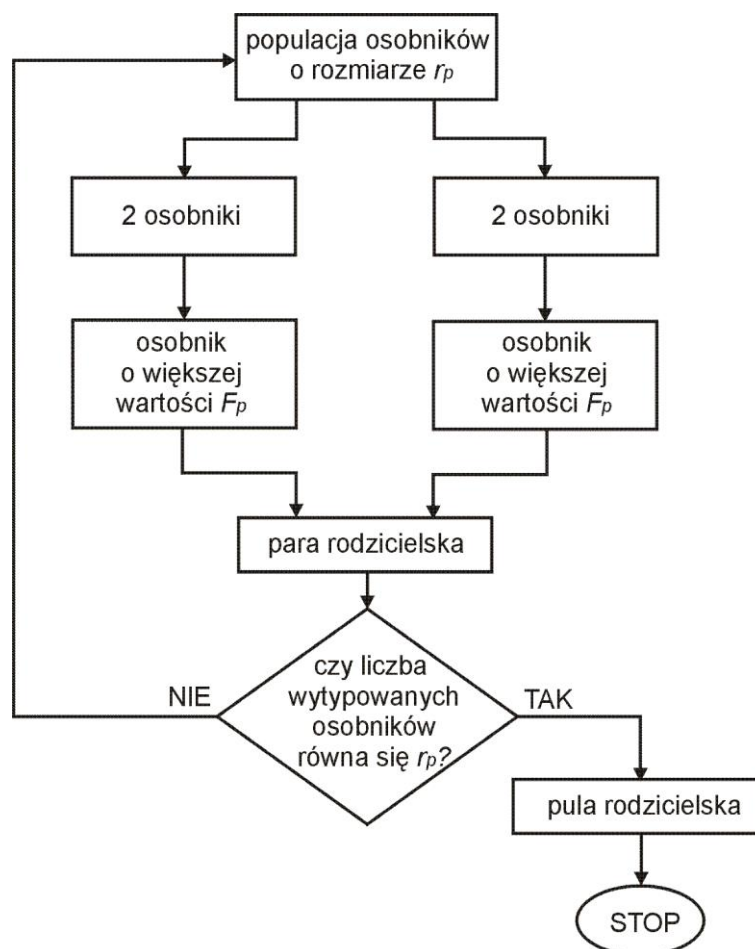
Wartość dziesiętną liczby reprezentowanej przez taki łańcuch można przedstawić za pomocą następującej zależności.

$$x_i = A_i + d_i \frac{B_i - A_i}{2^{m_i} - 1} \quad (10)$$

gdzie d_i określa wartość dziesiętną ciągu zakodowanego binarnie.

W procesie selekcji zastosować można selekcję turniejową, polegającą na tym, że populację dzielimy na grupy kilkuosobowe. Osobnik, aby wejść do puli rodzicielskiej musi być najlepszy w obrębie badanego podzbioru, co pokazano na rysunku 6.

[Tekst alternatywny. Schemat blokowy przedstawia proces selekcji rodziców w algorytmie ewolucyjnym. Najpierw wybrana jest populacja osobników o rozmiarze rp . Następnie losowane są dwie pary osobników, z każdej pary wybierany jest osobnik o większej wartości funkcji przystosowania Fp . Wybrane osobniki tworzą parę rodzicielską. Proces powtarza się dopóki liczba wytypowanych osobników nie osiągnie rozmiaru rp . Jeśli nie, selekcja jest kontynuowana; jeśli tak, utworzona zostaje pula rodzicielska, a algorytm się zatrzymuje (STOP).]



Rys. 6. Schemat selekcji turniejowej.

Operator krzyżowania jest najistotniejszym, obok operatora selekcji, elementem algorytmu genetycznego. Krzyżowanie można interpretować jako wymianę pewnego rodzaju informacji genetycznej, pomiędzy odpowiednimi osobnikami danej populacji, czyli ciągami kodowymi. W procesie identyfikacji można zastosować krzyżowanie jednopunktowe, polegające na odpowiedniej wymianie podciągów chromosomów haploidalnych. Schemat krzyżowania jednopunktowego pokazuje rysunek 7.



Rys. 7. Schemat krzyżowania jednopunktowego.



Operator mutacji w działaniu AG nie odgrywa tak ważnej roli jak selekcja, czy krzyżowanie, ale jest on niezbędny, ponieważ wprowadza nowy materiał genetyczny, zapewniając określoną różnorodność danego pokolenia. W przypadku reprezentacji binarnej mutacja najczęściej polega na zamianie wylosowanego bitu w chromosomie na wartość przeciwną, czyli negacji bitu. Przykład mutacji bitu pokazano na rysunku 8.

Przed mutacją:	0010101101
Po mutacji:	0110101101

Rys. 8. Schemat mutacji.

Etap 2:

Dobór parametrów kontrolnych, tj.: rozmiar populacji, liczba iteracji, przestrzeń poszukiwań, prawdopodobieństwo krzyżowania i prawdopodobieństwo mutacji.

Poniżej przedstawiono populację początkową przykładowego przebiegu algorytmu genetycznego w procesie identyfikacji modelu matematycznego silnika indukcyjnego.

Długość chromosomu:: 68

W tym $zm1=18$; $zm2=18$; $zm3=15$; $zm4=6$; $zm5=11$

Podaj rozmiar populacji: 60

Podaj ilość generacji: 600

Wartość osobnika: 413.34216; 241.07212; 64.65374; 0.03079; 3.39370

Wartość osobnika: 399.75068; 262.33251; 51.61641; 0.05175; 3.10498

Wartość osobnika: 507.18917; 314.68851; 45.23289; 0.04413; 3.66556

Wartość osobnika: 404.81948; 278.49208; 45.28645; 0.02635; 2.74299

Wartość osobnika: 440.83775; 320.77679; 50.05329; 0.05111; 2.33263

Wartość osobnika: 564.77499; 347.16254; 65.63347; 0.04476; 2.71295

Wartość osobnika: 607.93896; 264.62683; 49.54076; 0.03841; 2.56786

Wartość osobnika: 651.46036; 292.78245; 60.16376; 0.03333; 3.32848

Wartość osobnika: 502.32348; 280.30575; 42.22364; 0.02444; 2.29233

Wartość osobnika: 589.57438; 283.31464; 50.50401; 0.04603; 2.66019

Wartość osobnika: 645.99629; 256.63676; 62.61681; 0.05048; 2.97748

Wartość osobnika: 422.25811; 243.31945; 48.47945; 0.03333; 3.56590

Wartość osobnika: 420.88015; 261.28628; 46.80755; 0.05048; 2.59350



Wartość osobnika: 578.19521; 346.49710; 66.60250; 0.05619; 2.67338
Wartość osobnika: 581.27274; 289.87717; 66.90078; 0.05619; 3.12330
Wartość osobnika: 552.25979; 301.16772; 47.89605; 0.04413; 3.05735
Wartość osobnika: 589.93281; 344.86982; 52.63982; 0.02762; 3.31236
Wartość osobnika: 622.66646; 345.31256; 57.94143; 0.06000; 2.76424
Wartość osobnika: 499.92100; 229.55032; 46.70373; 0.04159; 2.94450
Wartość osobnika: 570.83246; 230.90203; 53.44157; 0.04794; 3.19731
Wartość osobnika: 565.65613; 349.93752; 47.93396; 0.03905; 3.18339
Wartość osobnika: 461.33199; 216.03167; 47.88040; 0.02000; 2.28793
Wartość osobnika: 535.58681; 282.39980; 46.28101; 0.04349; 3.21710
Wartość osobnika: 620.84942; 325.26663; 63.32133; 0.04667; 3.00826
Wartość osobnika: 420.99962; 328.53187; 45.83770; 0.02508; 3.02584
Wartość osobnika: 507.16428; 343.90317; 54.54161; 0.05492; 2.69023
Wartość osobnika: 436.20005; 265.97586; 67.25263; 0.03778; 2.32311
Wartość osobnika: 633.85347; 232.72851; 49.61080; 0.02317; 3.01778
Wartość osobnika: 630.59474; 247.64587; 67.08454; 0.03079; 3.55418
Wartość osobnika: 587.26251; 214.66715; 62.85000; 0.02508; 2.53195
Wartość osobnika: 554.74491; 242.16267; 46.78530; 0.03397; 2.73933
Wartość osobnika: 577.08806; 255.23378; 43.49342; 0.03841; 3.47870
Wartość osobnika: 643.14578; 225.52405; 47.66369; 0.02952; 3.29331
Wartość osobnika: 641.42431; 332.22756; 47.52937; 0.04476; 3.68241
Wartość osobnika: 531.40711; 314.88611; 44.09989; 0.03968; 3.04929
Wartość osobnika: 651.57387; 346.62421; 48.70275; 0.02444; 2.82066
Wartość osobnika: 651.22937; 269.17381; 52.17344; 0.02889; 3.36146
Wartość osobnika: 571.35816; 302.57924; 44.01996; 0.04349; 3.51607
Wartość osobnika: 554.95698; 313.47032; 56.41539; 0.03968; 3.34827
Wartość osobnika: 418.21283; 287.41515; 61.15503; 0.05175; 2.34362
Wartość osobnika: 629.99039; 220.28225; 50.21479; 0.03651; 2.52316
Wartość osobnika: 411.99207; 281.55545; 65.97790; 0.02190; 2.44621
Wartość osobnika: 450.92955; 271.97869; 51.99051; 0.04730; 2.52096
Wartość osobnika: 635.36485; 270.35088; 57.55416; 0.05302; 3.67289
Wartość osobnika: 452.65002; 335.39827; 45.63253; 0.06000; 3.13429
Wartość osobnika: 510.03869; 266.45918; 60.09372; 0.02889; 2.34582
Wartość osobnika: 433.14742; 329.61494; 67.66051; 0.06000; 3.49116
Wartość osobnika: 648.76517; 239.57516; 60.32856; 0.04413; 3.27132
Wartość osobnika: 490.44251; 294.34351; 44.41795; 0.02127; 2.90127
Wartość osobnika: 548.72726; 221.89030; 48.95407; 0.03778; 2.41837
Wartość osobnika: 576.95465; 246.99378; 56.88754; 0.05365; 3.13283
Wartość osobnika: 635.28122; 308.18847; 44.88186; 0.02762; 3.53806
Wartość osobnika: 453.60185; 305.67625; 62.95383; 0.05111; 3.67582



Wartość osobnika: 476.18495; 242.89273; 66.68654; 0.05111; 2.46966
Wartość osobnika: 560.96467; 288.01009; 41.72430; 0.03333; 2.70195
Wartość osobnika: 395.25835; 248.41758; 57.06552; 0.04413; 2.43889
Wartość osobnika: 639.45693; 292.61529; 43.54122; 0.04476; 3.15701
Wartość osobnika: 396.47204; 258.09100; 54.27958; 0.04095; 2.47846
Wartość osobnika: 489.54743; 283.06524; 43.94662; 0.02571; 2.45647
Wartość osobnika: 562.27493; 298.37032; 42.55901; 0.06000; 3.12477

Populacja początkowa binarnie:

Osobnik nr 1:

000101011110101000|001110001101000101|111000000100010|010001|110010
11101;

Osobnik nr 2:

000010001001010101|010111111011000110|011001001010100|110010|100110
10011;

Osobnik nr 3:

011100011111011010|101111110110111000|001010000010001|100110|111110
10000;

Osobnik nr 4:

000011011000111000|011111010011111000|001010001010010|001010|010111
00101;

Osobnik nr 5:

001100001110001000|110010101001000000|010101011101011|110001|000101
10101;

Osobnik nr 6:

101010100111001000|111110101100111110|111010011000111|100111|010101
11100;

Osobnik nr 7:

110101001100100001|011000111110001110|010100001111101|011101|001111
10110;

Osobnik nr 8:

11111110111100001|100101110101111110|101101011011001|010101|110000
00100;

Osobnik nr 9:

011011010011000011|100000001000111100|000010111001101|000111|000011
11110;

Osobnik nr 10:

110000101100010100|100001100000111110|010110100001110|101001|010011
10100;



Osobnik nr 11:

111110100001110001|010101010100011101|110011001111010|110000|100001
00101;

Osobnik nr 12:

000111101010100011|001111001110110101|010001101110101|010101|111010
01000;

Osobnik nr 13:

000111010100111011|010111011100011111|001101110001000|110000|010000
11001;

Osobnik nr 14:

101101111001101111|111110011001100000|111100101011111|111001|010100
00110;

Osobnik nr 15:

101110101010000010|100100100000111110|111101011001001|111001|100111
01100;

Osobnik nr 16:

100111100010101110|101001101011010011|010000010110001|100110|100100
10010;

Osobnik nr 17:

110000110001111100|111101101001111001|011011100101110|001100|101111
01110;

Osobnik nr 18:

111000110011101001|111101110110110110|101000001010000|111111|011000
00010;

Osobnik nr 19:

011010101101010110|001000111011111111|001101100001010|100010|011111
11000;

Osobnik nr 20:

101100000110001100|001001100011100010|011101011111011|101100|101010
10001;

Osobnik nr 21:

101010110100111101|111111111110001010|010000011011111|011110|101001
11110;

Osobnik nr 22:

010001001111110000|000010110000011110|010000010011110|000000|000011
11000;

Osobnik nr 23:

100011011101000100|100001000110001101|001100100001001|100101|101011
01100;



Osobnik nr 24:

111000010111001000|110100101100010111|110100111010001|101010|100010
01111;

Osobnik nr 25:

000111010110110011|110110001011111001|001011011101111|001000|100011
00111;

Osobnik nr 26:

011100011111000001|111101001101100111|100000000110010|110111|010100
11101;

Osobnik nr 27:

001011000101010110|011001100101101100|111110001110100|011100|000101
01000;

Osobnik nr 28:

111011100011001101|001010011000111110|010100011010010|000101|100010
11100;

Osobnik nr 29:

111010110000000100|010001001101011010|111101110101000|010001|111001
11000;

Osobnik nr 30:

110000001000000010|000010001000100011|110011110010101|001000|001110
00101;

Osobnik nr 31:

101000001001101110|001110101100111111|001101101101101|010110|010111
00000;

Osobnik nr 32:

101101101000010111|010100101011011010|000101111010010|011101|110110
10001;

Osobnik nr 33:

111101110101000010|000111000110001100|001111110010111|001111|101110
10100;

Osobnik nr 34:

111101011010000001|110111111000000001|001111011110100|100111|111111
00111;

Osobnik nr 35:

100010011011011110|101111111100101010|000111010110010|011111|100100
00111;

Osobnik nr 36:

111111111001010011|111110011101001110|010010010000100|000111|011010
01111;



Osobnik nr 37:

111111110011111001|011011000011010000|011010011111000|001110|110001
10001;

Osobnik nr 38:

101100001110011100|101010010100100110|000111001010001|100101|111000
00100;

Osobnik nr 39:

101000001101000011|101111010011001111|100100100010100|011111|110000
11111;

Osobnik nr 40:

000110101011000100|100011011000111100|101111110001100|110010|000110
00100;

Osobnik nr 41:

111010100110100101|000100101100110101|010101110101111|011010|001101
11001;

Osobnik nr 42:

000101001001011100|100000101101100000|111011001101001|000011|001010
10000;

Osobnik nr 43:

001110101100100000|011100010101010100|011010000011010|101011|001101
10110;

Osobnik nr 44:

11101111010111011|011011100101101100|100111001111010|110100|111110
11010;

Osobnik nr 45:

001111000111100000|111001010100110010|001010111110110|111111|100111
11011;

Osobnik nr 46:

011101001100001000|011001110011110101|101101010000100|001110|000110
00111;

Osobnik nr 47:

001010010101011100|110110101011100101|111111001100011|111111|110111
00010;

Osobnik nr 48:

111111001101001110|001101100001010010|101101110100001|100110|101101
10110;

Osobnik nr 49:

011000011000100110|100110100011101001|001000000110100|000010|011101
11101;



Osobnik nr 50:

1001101011010010|000101011011111000|010010110110101|011100|001001
01010;

Osobnik nr 51:

101101100110010001|010000111010010101|100101101010001|110101|100111
11001;

Osobnik nr 52:

111011111001100111|101100111000101101|001001001100111|001100|111001
00010;

Osobnik nr 53:

001111010110011100|101011101111001101|110100000010011|110001|111110
11110;

Osobnik nr 54:

010100111000110110|001111000010010110|111100111000101|110001|001011
10000;

Osobnik nr 55:

101001101011010101|100011101010010110|000001101101111|010101|010101
01101;

Osobnik nr 56:

000001000010110101|010001100011111111|100110000101001|100110|001010
00110;

Osobnik nr 57:

111100111011001001|100101110001000101|000110000001100|100111|101000
11010;

Osobnik nr 58:

000001010101111000|010101111111000000|011111011110100|100001|001011
11100;

Osobnik nr 59:

011000001010100011|100001011001101011|000110111111000|001001|001010
11110;

Osobnik nr 60:

101001111111111001|101000011001011101|000011101100100|111111|100111
01110;

Przebieg selekcji algorytmu genetycznego w problemie identyfikacji:

Wylosowany osobnik nr: 35

Wylosowany osobnik nr: 30

Wylosowany osobnik nr: 37

Wylosowany osobnik nr: 23



Wybrany rodzic1: 35

Wybrany rodzic2: 37

Na tej zasadzie realizujemy selekcję dla całej populacji.

Przebieg krzyżowania jednopunktowego w problemie identyfikacji:

Rodzic1:

1000100110110111101011111110010101000011101011001001111110010000
111

Rodzic2:

11111111001111100101101100001101000001101001111100000111011000110
001

Potomek1:

111111110110111101011111110010101000011101011001001111110010000
111

Potomek2:

10001001001111100101101100001101000001101001111100000111011000110
001

Punkt krzyżowania: 7

Potomkowie utworzeni w wyniku operacji genetycznych: selekcji, krzyżowania i mutacji:

Potomek1:

1111111100110011101011111110010101001011101011001001111110010100
110

Potomek2:

10001001101110100101101100001101000000101001111100000111011000010
000

Binarnie lepszy:

1111111100110011101011111110010101001011101011001001111110010100
110

Przykładowa populacja po selekcji, krzyżowaniu i mutacji (iteracja numer 300):

Osobnik nr 1:

011100001100011100|100001010000101110|011110010100000|100111|010101
11100;



Osobnik nr 2:

100111101000101011|101111010011011101|100100100010000|011011|110000
01010;

Osobnik nr 3:

100000001100001011|101111010011011101|100101110010100|011011|110000
01110;

Osobnik nr 4:

100111101010011010|000110011011111000|010110111110100|011011|000101
10100;

Osobnik nr 5:

001000101000101111|111110011001011010|101100111011111|101001|100100
01110;

Osobnik nr 6:

101001011011110110|000111101111110000|010110111110111|011101|000101
11010;

Osobnik nr 7:

100000001100001011|101111010011011101|100100100010000|011011|110000
01010;

Osobnik nr 8:

101001100010100000|011000011111001110|100000001011100|011111|001111
01110; par_a1: 560.40214; par_a2: 263.56725; par_a3: 54.57622; Jbez: 0.03968;
Rs: 2.56199

Osobnik nr 9:

101011100010100000|011000011111011110|100000011110111|011101|000101
11110;

Osobnik nr 10:

100110111011010010|001111011010111000|010110111110101|011111|000101
10100;

Osobnik nr 11:

000110101000001000|010100110101010110|011110110000101|011111|001101
10000;

Osobnik nr 12:

110000101100110101|100001010000111110|011110010001001|100111|010100
11100;

Osobnik nr 13:

000111110010100100|100011100101010010|100101000101101|100110|010101
10000;

Osobnik nr 14:

100101000100100001|011000011110001110|100100001011100|011101|010100
10000;



Osobnik nr 15:

100110111011010010|000111011011111000|010110111110101|011101|000101
10100;

Osobnik nr 16:

100001111001101111|111111110010101111|110100100010100|011111|110010
11111;

Osobnik nr 17:

100111011001101110|001010101100111111|001101101101101|010110|010111
10000;

Osobnik nr 18:

001101101101101110|000010101001111101|001101001001101|011000|001011
01100;

Osobnik nr 19:

111000101100000011|100011100001001011|100100000101001|100110|010101
11000;

Osobnik nr 20:

100111101001101110|001010001111110110|001101101111101|010110|010110
10101;

Osobnik nr 21:

100111000100100101|011000011110001110|100100001011100|011101|010101
00000;

Osobnik nr 22:

101000001101001011|111000011110001111|100100001011100|011101|110100
10000;

Osobnik nr 23:

100111000100100001|011000011110001111|100100001011100|011101|010100
10000;

Osobnik nr 24:

110000001100110101|100001010000111110|011110010001101|100111|010100
10100;

Osobnik nr 25:

101001011011010110|000111011111111000|010110111110111|011101|000101
10100;

Osobnik nr 26:

000110111011001011|101111000011111101|100100100010100|011011|110000
01110;

Osobnik nr 27:

100110111011110110|000111101111111000|010110111000011|011101|000001
10100;



Osobnik nr 28:

000101010000100100|010111100111111010|011110110000111|011101|010101
10000;

Osobnik nr 29:

100110111011001011|101111000011111100|100100100010100|011011|110000
01100;

Osobnik nr 30:

101001011011110110|000111101111111000|010110111010111|011101|000101
10110;

Osobnik nr 31:

101001011011110110|000111101111111000|010111111111111|011101|000101
10100;

Osobnik nr 32:

10111101000101011|111111010011001111|110100100010100|011111|110010
11111;

Osobnik nr 33:

101000001100100001|011000011100001110|100100001011100|011101|010101
10000;

Osobnik nr 34:

100111011011101110|001011101110111111|001101101101101|010110|010111
10100;

Osobnik nr 35:

110000101100100110|100111100001010111|100000000101101|100110|010101
11000;

Osobnik nr 36:

100111011001101110|000111101111110000|010010111110111|011101|000101
11010;

Osobnik nr 37:

000111110010100100|000111101111111000|010110110000111|011101|000101
10100;

Osobnik nr 38:

110000101100010110|000101011011111111|001101001101101|010110|010001
00000;

Osobnik nr 39:

101000001101000011|101111010011001111|100100100010100|011111|110000
11111;

Osobnik nr 40:

100111111001101110|001010001100110111|001101101111101|010110|010111
10101;



Osobnik nr 41:

100110111010010010|000111010011000000|010110111110011|011011|000101
10000;

Osobnik nr 42:

110110101100110101|100001010000011110|011110010001001|100010|010101
11110;

Osobnik nr 43:

111100011111000011|100001100001001011|100000001101001|100110|010101
11001;

Osobnik nr 44:

101000001101001011|101111000011011101|100100100010000|011011|110000
01110;

Osobnik nr 45:

000111110010110100|000111101011110000|010110110000111|011101|000101
10000;

Osobnik nr 46:

101001011011110110|000111101111111000|010110110000011|011101|000101
10100;

Osobnik nr 47:

100110111011010110|001110011010111000|010101101111101|010110|010110
10001;

Osobnik nr 48:

000111110010100100|100111100001010010|100100000101101|100110|010101
11000;

Osobnik nr 49:

101001100010100000|101100010011011101|100100100010000|011011|110000
01010;

Osobnik nr 50:

100110101011010010|000111011011111000|010110111100111|011101|000101
10000;

Osobnik nr 51:

110000100100010010|100101010000111110|011110110001001|100111|010100
11100;

Osobnik nr 52:

100001111001101110|000111101011110000|010110110000111|011101|000101
10010;

Osobnik nr 53:

101001100011000010|000111010001001000|010100111100001|011011|000101
10101;



Osobnik nr 54:

001110101100000000|010000010101010110|011101101101101|010111|010111
10110;

Osobnik nr 55:

101011100010100000|011000011111001110|100000001011100|011111|001111
00101;

Osobnik nr 56:

100101000101101110|001000101001111111|001101101101101|010110|010111
11000;

Osobnik nr 57:

100111110010100100|100011100101010010|100101000111101|100110|010101
11110;

Osobnik nr 58:

000001010101111000|010101111111000000|011111011110100|100001|001011
11100;

Osobnik nr 59:

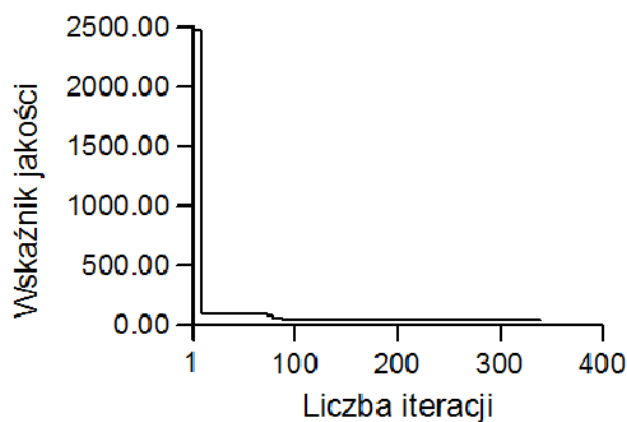
100110111011010010|000111010011001000|010110111110001|011011|000101
10100;

Osobnik nr 60:

100111011001101110|001010101100111111|001101101101101|010110|010111
10101;

Na rysunku 9 pokazano wykres wskaźnika jakości najlepszego osobnika w kolejnych iteracjach algorytmu genetycznego w problemie identyfikacji.

[Tekst alternatywny. Wykres przedstawia zmiany wskaźnika jakości w zależności od liczby iteracji. Oś pozioma jest opisana jako „Liczba iteracji” i obejmuje wartości od 1 do 400, natomiast oś pionowa nosi nazwę „Wskaźnik jakości” i obejmuje zakres od 0 do 2500. Linia wykresu gwałtownie spada już przy pierwszych iteracjach, po czym stabilizuje się niemal na poziomie zera i utrzymuje ten stan przez dalszą część procesu.]



Rys. 9. Wykres wartości wskaźnika jakości najlepszego osobnika w kolejnych iteracjach AG.

2. Literatura

1. Goldberg D., (1998). Algorytmy genetyczne i ich zastosowania, WNT, Warszawa.
2. Michalewicz Zb., Fogel D. B., (2006). Jak to rozwiązać, czyli nowoczesna heurystyka, WNT, Warszawa.
3. Rutkowski L., (2009). Metody i techniki sztucznej inteligencji, Wydawnictwo Naukowe PWN.
4. Stefański T., (2005). Teoria sterowania układy liniowe, wyd. Politechniki Świętokrzyskiej nr 367, Kielce
5. Stefański T., (2005). Teoria sterowania, t. II, układy nieliniowe, wyd. Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce.
6. Stefański T., (1995). Synteza adaptacyjnych algorytmów sterowania momentem falownikowego napędu samochodu elektrycznego z silnikiem indukcyjnym. PŚk, seria Monografie, studia, rozprawy nr 4.